Årg. 37:3 Sept. 1954

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

TREDJE HÄFTET

O. Lundquist, Något om avbildningsfelen vid linser 149
Bertil Englund, Strukturformlerna i skolans kemiundervisning 165
Nils Löfman, »Protonfaktor» och »redoxfaktor» som ersättare för begreppen normalitet m. fl. 169
Nils Kuylenstierna, Om trigonometriska ekvationer av andra graden i sinus och cosinus 171
Evald Mohlin, En fallapparat med pendel 176
Martin Sjöström, Användningen av tröghetskrafter inom realgymnasiets dynamikkurs 179
Notiser: Josef Andersson, Några exakta sinusvärden; N. J., Uppg. 1861, Elementa *36* (1953) 292; T. Wilner, Likspänningsaggregat, Belysningsanordning; E. Löwenhamn, Magnetiska egenskaper hos olika järnsorter, Destillerat vatten 182

Aktuellt: EinarWetterwik, Svenska Teknologföreningen utdelar rikspremier; Arvid Leide, Den andra nordiska kongressen för lärare i matematik, fysik och kemi i Århus 3—6 aug. 1954; Åke Madebrink, En fortbildningskurs för fysik- och kemilärare; Elsa Hambræus, Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst 185

Bokanmälningar: Bowman, Introduction to Elliptic Functions; Cooley, First Course in Calculus; Hofmann, Geschichte der Mathematik I; Spoerel, Mathematik von der Schule zur Hochschule; Nilsson-Wigforss, Geometri och planimetri; MacDuffee, Theory of Equations; Millioux, Méthodes générales etc.; Focken, Dimensional Methods and Their Applications; Pérès, Mécanique générale; Rauscher, Introduction to Aeronautical Dynamics; Bjerge, Elektron- og Atomfysik; Durand, Électrostatique et magnétostatique; Gordy-Smith-Trambarulo, Microwave Spectroscopy; Bowen-Wokes, Fluorescence of Solutions; Delachet, La résistance des 192
(Forts. å omslagets andra sida)

Gradualavhandlingar: H. R. Kivisild; G. Forsberg 210

Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 215
Matematiska och fysikaliska uppgifter i fyllnadsprövning efter studentexamen aug.-sept. 1954 219

Författare i detta häfte, se omslagets andra sida; Insänd litteratur (212); Tidskrifter (214, 224)

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel (bilaga); Norstedt & Söner (två sidor); AB Philips; Svenska Bokförlaget.

Pris pr år kr. 12:50 pr häfte kr. 3:50

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:— för 35 (1952) och 36 (1953) kr. 12:50.

Pärmar av grön klot à 3:—+20 öre i porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, t. o. m. 35—36.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953 à kr. 1:40. Innehåll: Student- o. realex.uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck ur ELEMENTA:

1. A. Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 2:—.
2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
4. J. Tandberg, Om vinkelns tredelning. Slut.
5. G. Ljunggren, Gasskyddets kemi kr. 1:—.
6. S. Comét. Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:—.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Bokanmälningar, forts.

materiaux; Meek-Craggs, Electrical Breakdown of Gases; Baker-Ryder, Temperature Measurement in Engineering; Massey, Atoms and Energy; Young, Materials and Processes; Peterson, Stress Concentration Design Factors; Siggia, Quantitative Organic Analysis via Functional Groups; Klages, Lehrbuch der organischen Chemie I:2; Weaver-Foster, Chemistry for Our Times; Snell, Biochemical Preparations; Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok 1951/1952; Kosmos bd 31, 1953.... 192

Författare i detta häfte: fil. dr J. Andersson, Vaxholm; docent K.-B. Augustinsson, Stockholm; lektor V. Bergström, Linköping; tekn. lic. S. Berndt, Stockholm; tekn. lic. S. Brimberg, Stockholm; lektor E. Dahlin, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; prof. O. H. Faxén, Stockholm; lektor G. Forsberg, Malmö; docent T. Ganelius, Lund; fil. lic. G. Günhter, Stockholm, lektor T. Hall; Kalmar; lärov. adj. fru Elsa Hambræus, Stockholm; lektor S. Hjalmars, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor N. Kyulenstierna, Hälsingborg; lektor A. Leide, Lund; lektor O. Lundquist, Lund; docent S. Lundquist, Stockholm; fil. lic. N. Löfman, Stockholm; lärov. adj. E. Löwenhamn, Stockholm; adjunkt Å. Madebrink, Stockholm; lärov. adj. E. Mohlin, Falun; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; assistent H. Riesel, Stockholm; fil. mag. L. Råde, Göteborg; docent G. Siljeholm, Stockholm; lektor K. Sjögren, Göteborg; lektor M. Sjöström, Stockholm; prof. H. Slätis, Stockholm; docent E. Staffansson, Göteborg; prof. J. Tandberg, Stockholm; fil. dr B. Weibull, Örnsköldsvik; lärov. adj. E. Wetterwik, Stockholm; civiling. T. Wilner, Stockholm.

Bilaga: Lindståhls Bokhandel.

Nya övningsuppgifter
i matematik för universitet
och högskolor

SVEN GELLERSTEDT

800 övningsuppgifter i matematik

Övningsproblem till matematikkursen i filosofie kandidat- och filosofisk ämbetsexamen. De flesta har givits som tentamensuppgifter i Uppsala. Problemen har ordnats i kapitel efter sitt huvudsakliga innehåll. Till samtliga lämnas svar och anvisningar.

Pris 12:50

ALMQVIST & WIKSELL

BOX 159 – STOCHOLM 1 – POSTGIRO 758

Wilsonkammare
fältelektronmikroskop
katodstrålerör
molekylmodeller
röntgenrör
högvakuumpumpar

Vi representerar några av marknadens främsta tillverkare av apparater för undervisning i fysik och kemi

RUDOLPH GRAVE AB

Skolavdelningen

Malmskillnadsgatan 48 c
Tel. 233780
Stockholm 3

Malmgatan 10
Tel. 38125
Malmö 6

Något om avbildningsfelen vid linser

Av lektor O. Lundquist, Lund

Föredrag med demonstrationer vid Andra nordiska kongressen för matematik-, fysik- och kemilärare i Århus, 3—6 aug. 1954.

Bildalstringen vid en lins är som bekant ej fullkomlig. En punkt i objektrummet avbildas i allmänhet ej som en punkt i bildrummet. Defekterna i bilden framträda desto mera, ju större vinkel med linsens huvudaxel de bildalstrande strålknippena göra och ju vidare de äro. Härtill kommer de av färgspridnings- och böjningsfenomenen förorsakade ofullkomligheterna i avbildningen.

De fem monokromatiska aberrationerna

Gauss' avbildningslära, välkänd från elementarfysiken, utgör endast en första grov approximation för behandlingen av bildalstringen vid en lins. Man får här en aberrationsfri bild genom att förutsätta, att de av monokromatiskt ljus bestående strålknippena endast innehålla strålar, som gå nära huvudaxeln och bilda små vinklar med denna (paraxiala strålar). Därför kunna de i räkningarna förekommande sinusvärdena för strålarnas lutningsvinklar med huvudaxeln ersättas med vinklarna själva, dvs. i serieutvecklingen

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} + \dots \qquad \text{I}$$

försummas alla termer utom den första. Under denna förutsättning komma alla från en objektpunkt P i planet AA i fig. 1 utgående strålar, som passera linsen, att efter brytningen skära varandra i samma punkt Q i planet BB, det s. k. gausska bildplanet. Mot det punktformiga objektet P svarar alltså en punktformig bild Q, vars läge kan beräknas med de bekanta formlerna

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \qquad \frac{y}{Y} = \frac{b}{a} \qquad \text{II}$$

där f är linsens brännvidd samt Y och y objekt-, resp. bildpunktens avstånd till axeln.

Borttages bländaren i fig. 1 eller förlägges objektpunkten P på större avstånd från huvudaxeln, så att även strålar med större lutningsvinklar till axeln deltaga i avbildningen, få strålarna som lämna

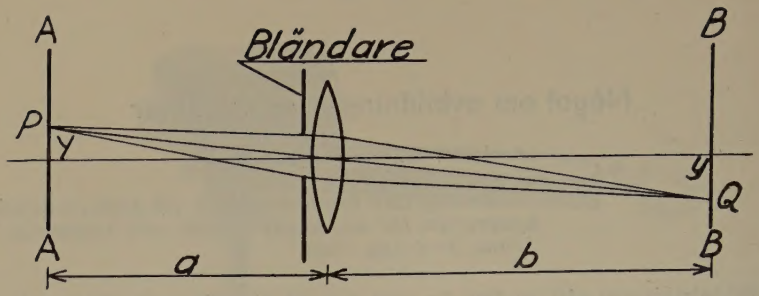


Fig. 1. Vid avbildning med paraxiala strålar ger ett punktformigt objekt P i planet AA en punktformig bild Q i planet BB, Gauss' bildplan.

linsen ingen gemensam konvergenspunkt. Skärningen mellan det brutna strålknippet och gausska bildplanet blir då en mer eller mindre utbredd ljusfläck, vilken kan anses utgöra den deformerade bilden av objektpunkten P.

Vid den teoretiska behandlingen av ljusbrytningen i linser med stor öppning och snett infallande strålknippen ligger det närmast till hands, att man först begränsar sig till lutningsvinklar av sådan storlek att medtagandet av ytterligare en term i serieutvecklingen av sinusfunktionen är tillfyllest. Eftersom den andra termen i serien innehåller vinkeln i tredje dignitet, betecknas i engelskspråkig litteratur de på antagandet $\sin\alpha = \alpha - \frac{1}{3!}\alpha^3$ vilande beräkningarna »third-order theory», medan den enkla gausska avbildningsläran karakteriseras som »first-order theory».

I »3:e ordningens teori» kan den avvikelse en enskild stråle i knippet företer i förhållande till dess väg enligt Gauss anges som en summa av fem uttryck, de s. k. Seidels termer, uppkallade efter L. Seidel, som år 1856 offentliggjorde de första fullständiga beräkningarna.[1] En kort översikt av de mot dessa seideltermer svarande fem s. k. monokromatiska linsaberrationerna har tidigare publicerats i denna tidskrift.[2] En fullständigare behandling återfinnes i t. ex. Max Borns »Optik» samt Jenkins & White's »Fundamentals of Optics». I anslutning till fig. 2 följer här en kort redogörelse för resultaten vid en enkel lins.

Från objektpunkten P (rätv. koord. Y/0) i planet AA utsändes en

[1] L. Seidel, Über die Entwicklung der Glieder 3:ter Ordnung, welche den Weg eines ausserhalb der Ebene der Achse gelegenen Lichtstrahles durch ein System brechender Medien bestimmen. (Astr. Nachr., Bd 43, Nr 1027—29, 1856.)

[2] E. Ingelstam o. Å. Thulin, Elementa, 32 (1949), 107.

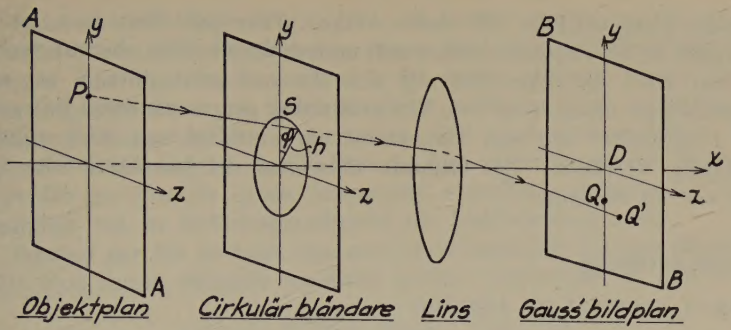


Fig. 2. Strålgången för en icke paraxial stråle. En stråle från punkten P, som enligt formlerna II skulle råkat planet BB i Q (koord. $y/0$), träffar detta i stället i Q′ (koord. $y+\Delta y/\Delta z$).

stråle *enfärgat* ljus. Strålen skär randen av den cirkulära bländaröppningen i punkten S (polära koord. h/φ, h=bländaröppningens radie, φ=azimutvinkeln). Punkten Q (koord. $y/0$) i planet BB är »den gausska bildpunkten» till P, dvs. den enligt de elementära linsformlerna beräknade punkt, där alla från P utgående strålar skulle råkats, om de varit paraxiala. Q ligger i planet genom P och linsens optiska axel (x-axeln), dvs. på y-axeln av det i BB-planet inlagda koordinatsystemet. Strålen PS, som ej är paraxial, träffar det gausska planet i punkten Q′ (koord. $y+\Delta y/\Delta z$). Teorien visar, att läget av Q′ i förhållande till Q bestämmes av uttrycken:

$$\begin{aligned}\Delta y &= C_1 h^3 \cos\varphi + C_2 h^2 y(2+\cos 2\varphi) + (2C_3+C_4)hy^2\cos\varphi + C_5 y^3 \\ \Delta z &= C_1 h^3 \sin\varphi + C_2 h^2 y \sin 2\varphi + C_4 h y^2 \sin\varphi\end{aligned} \qquad \text{III}$$

Koefficienterna $C_1 \ldots C_5$ äro komplicerade algebraiska uttryck, vari ingå såväl objekt- och bländarplanens avstånd till linsen som dennas brytningsindex och krökningsradier.

Läget av punkten Q′ i fig. 2 beror av storheterna h och φ. Är därför hela bländaröppningen fylld av ljus från P, skäres planet BB i olika punkter av de skilda strålarna i knippet, som lämnar linsen. Bilden av P blir därför den tidigare omtalade ljusfläcken. Denna innehåller, såsom den följande analysen av uttrycken för Δy och Δz kommer att visa, de fem s. k. monokromatiska linsaberrationerna eller avbildningsfelen: *sfärisk avvikning, koma, astigmatism, bildfältskrökning* och *distorsion*. De termer, vari koefficienterna $C_1 \ldots C_5$ ingå, äro uttryck för de olika aberrationerna.

Kunde alla fem koefficienterna bringas att samtidigt bli $=0$, skulle avbildningen vara fri från aberration. Ingen lins kan fås att på

samma gång uppfylla alla dessa villkor. Teoretiskt kan man, såsom framgår av det följande, isolera och undersöka de olika aberrationerna genom att i uttrycken för Δy och Δz successivt antaga, att alla koefficienter utom *en* är $=0$. Vid avbildning genom en enkel lins göra sig i allmänhet alla fem aberrationerna samtidigt mer eller mindre gällande. Vi skola i det följande söka visa det karakteristiska hos var och en av dem.

Sfärisk avvikning

Några resultat av teorien

Den mest kända av de fem aberrationerna, sfärisk avvikning, framträder renodlad, om $C_1 \neq 0$ men $C_2=C_3=C_4=C_5=0$. Man har då $\Delta y=C_1h^3\cos\varphi$ och $\Delta z=C_1h^3\sin\varphi$. Eliminering av φ ger sambandet

$$(\Delta y)^2+(\Delta z)^2=(C_1h^3)^2 \qquad \text{IV}$$

Ljusfläcken i planet BB blir en cirkel med medelpunkt i den gausska bildpunkten Q (fig. 3). Radien är proportionell mot kuben å bländaröppningens radie men oberoende av y och därmed av läget hos objektpunkten P i planet AA.

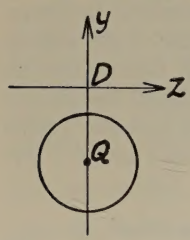


Fig. 3. Sfärisk avvikning gör, att bilden i planet BB av objektpunkten P blir en cirkel med centrum i den gausska bildpunkten Q.

Av de allmänna uttrycken III för Δy och Δz framgår, att för $y=0$, dvs. en objektpunkt på axeln, fås oberoende av storleken å koefficienterna C_2, C_3, C_4 och C_5 de för den sfäriska aberrationen karakteristiska värdena $\Delta y=C_1h^3\cos\varphi$, resp. $\Delta z=C_1h^3\sin\varphi$. Då i detta fall koordinatsystemets origo D utgör den gausska bildpunkten, har aberrationscirkeln sitt centrum i denna punkt. Detta framgår också av fig. 4, där den

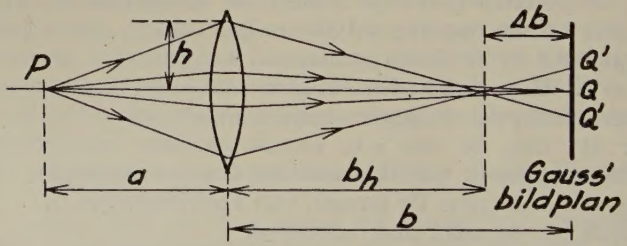


Fig. 4. Sfärisk avvikning vid avbildning av ett punktformigt objekt P beläget på huvudaxeln.

sfäriska aberrationen yttrar sig så, att strålar genom en zon på avståndet h från huvudaxeln ha en annan konvergenspunkt än strålarna genom centralzonen. Ju större h är, desto närmare linsen ligger konvergenspunkten och desto större är tydligen såväl storheten Δb, longitudinalaberrationen, som radien QQ′ i aberrationscirkeln. Den sfäriska avvikningens storlek beror i hög grad av linsens form och kan för en lins av given brännvidd väsentligt nedbringas genom lämpligt val av krökningsradierna för begränsningsytorna.

Teorien ger för en tunn lins med brytningsindex 3/2 och bländaren tätt inpå linsen följande samband mellan storheterna b_h och b:

$$\frac{1}{b_h}-\frac{1}{b}=\frac{h^2}{6f^3}\left(7q^2+10pq+\frac{13}{4}p^2+\frac{27}{4}\right)^1 \qquad \text{V}$$

f=linsens brännvidd för paraxiala strålar. $p=(b-a):(b+a)=2f:a-1$, den s. k. positionsfaktorn. Det senare uttrycket fås ur det föregående genom att medelst den enkla linsformeln $1:a+1:b=1:f$ uttrycka b i a och f. $q=(r_2+r_1):(r_2-r_1)$, den s. k. formfaktorn för linsen; r_1 och r_2=linsytornas krökningsradier. Dessa skola räknas med positivt tecken för en yta, som är konvex mot den infallande strålningen, med negativt tecken för en mot strålningen konkav yta.

Avvikningen vid axelparallellt infallande strålar

Ligger objektpunkten långt bort på axeln ($a=\infty$), är positionsfaktorn $p=2f:\infty-1=-1$. Sambandet V antager då den enklare formen

$$\frac{1}{f_h}-\frac{1}{f}=\frac{h^2}{6f^3}(7q^2-10q+10)$$

eller

$$\Delta f=f-f_h=\frac{ff_h h^2}{6f^3}(7q^2-10q+10)\approx\frac{h^2}{6f}(7q^2-10q+10) \qquad \text{VI}$$

där f_h=brännvidden för strålar på avståndet h från huvudaxeln och Δf longitudinalaberrationen i detta fall.

Såsom tidigare framhållits beror aberrationen av linsens form, i uttrycket VI representerad av storheten q. Som man lätt konstaterar, kan Δf ej bringas att bli $=0$ för något reellt värde på q men blir minimum för $q=\frac{5}{7}=0{,}71$. Då $q=(r_2+r_1):(r_2-r_1)$, svarar häremot $r_2=-6r_1$. Linsens form framgår av fig. 5.[2]

[1] Å s. 127 i arbetet av Jenkins & White är formeln angiven för det allmännare fallet med brytningsindex $=n$.

[2] Villkoret $r_2=-6r_1$ är också uppfyllt för en bikonkav lins, vars buktigare yta träffas av ett axelparallellt infallande strålknippe. Även här föreligger alltså minimiaberration.

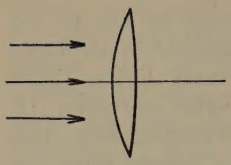


Fig. 5. En bikonvex glaslins ($n=3/2$), vars krökningsradier förhålla sig som 1 : 6, har minimum av sfärisk aberration för strålar, som infalla axelparallellt mot den buktigare ytan.

Kurvan i fig. 6 visar hur longitudinalaberrationen varierar för linser med samma brännvidd, men olika form. Strålningen förutsättes infalla axelparallellt från vänster. Man finner, att den plankonvexa linsen, som vänder sin buktiga yta mot objektet, har i det närmaste minimiaberration. Värdet blir ungefär fyra gånger så stort, om linsen vändes, så att den plana ytan träffas av det infallande strålknippet.

Av formeln VI synes, att Δf har negativt tecken för en spridningslins. Man kan därför genom kombination av en samlingslins och en spridningslins med lämpligt avpassade radier framställa en dubbellins, där den sfäriska aberrationen är eliminerad för strålar, som träffa linsen på ett bestämt avstånd från axeln. (Jfr T. Bjerge: Lyslære, s. 51—52.)

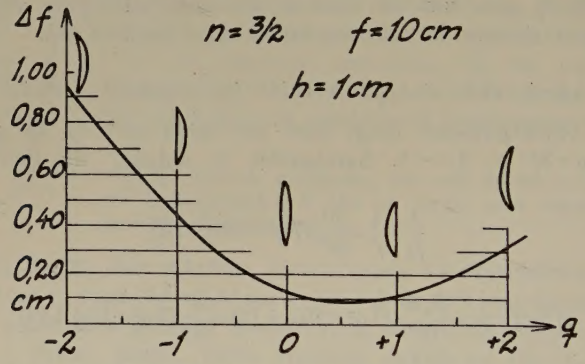


Fig. 6. Den sfäriska avvikningen beror av linsens form.

Demonstration av sfärisk avvikning

Vid såväl detta som de följande försöken användes lämpligen en plankonvex lins med 7—10 cm öppning och 20—25 cm brännvidd. Projektionsskärmen kan utgöras av ett stycke vit kartong eller en mattglasskiva. I senare fallet sker betraktandet från skivans baksida. De olika försöksdetaljerna ställas upp på en optisk bänk.

Anordningen för demonstration av sfärisk avvikning framgår av fig. 7. Med båglampan A eller någon annan stark ljuskälla belyses mattglasskivan B, där ett objekt är tecknat i form av t. ex. en kvadrat

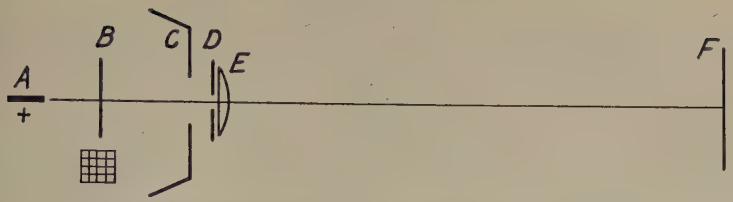


Fig. 7. Försöksanordning för demonstration av sfärisk avvikning.

(eller ett rutnät) med ca 20 mm sida. Figuren bör helst framträda ljus mot mörk bakgrund. Detta blir fallet, om den skäres ut ur ett stycke tunn, svart kartong, som härefter klistras på mattglaset. Linjebredden göres ca 1 mm. Figuren skall av linsen E avbildas på skärmen F. Denna placeras på 2—3 m avstånd från objektskivan.[1] Tvenne bländare tillverkade av kartong eller tunn metallplåt användas. Den ena (centralbländaren) bör i mitten ha ett cirkulärt hål av ca 20 mm diameter, den andra (ringbländaren; fig. 8) förses med en ringformig öppning å ca 60 mm diameter och 4 mm ringbredd. För att effektivt avskärma ljuskällan bör en större hålförsedd plåt- eller pappskärm C uppställas något framför linsen.

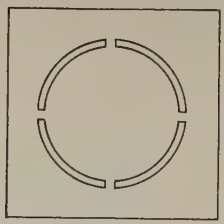


Fig. 8. Ringbländare.

Centralbländaren (D i fig. 7) anbringas omedelbart intill linsen, vars plana yta vändes mot objektet. Bländaren justeras, så att hålets mitt sammanfaller med linsens huvudaxel. Lins och bländare förskjutas utefter bänken och fixeras i det läge, då en skarp förstorad bild av objektet framträder på skärmen. Bländarens storlek och placering gör att bilden alstras av paraxiala strålar. Utan att rubba linsen bytes centralbländaren ut mot ringbländaren, som uppställes så att ringens centrum ligger på huvudaxeln. Bilden blir då oskarp beroende på att avbildningen nu sker genom en zon av linsen på ungefär 30 mm avstånd från axeln. Man finner, att skärmen måste förskjutas flera decimeter mot linsen, för att bilden skall bli skarp.

Upprepas försöken med linsens buktiga yta vänd mot objektet, blir den erforderliga förflyttningen av skärmen mellan de båda bildlägena ännu större. För det tämligen närbelägna föremål, som här användes, är nämligen den sfäriska avvikningen större, då linsen vänder sin buktiga yta mot objektet, än då den plana är vänd mot detsamma.

[1] Detta avstånd mellan objekt och skärm är lämpligt även i de följande försöken.

Vid ett föremål på stort avstånd (axelparallellt infallande strålar) är, som tidigare framhållits, förhållandet omvänt. Allmänt gäller att den sfäriska avvikningen blir mindre i samma mån som båda linsytorna få deltaga ungefär lika mycket i brytningen.

Inställningen av skärmen på skarpaste bild försvåras (speciellt vid ringbländaren) därav, att bilden blir färgad på grund av kromatisk aberration. Denna reduceras, om man placerar ett färgat glas i strålningens väg. Bilden blir dock härigenom väsentligt ljussvagare.

Koma

Resultat av teorien

Är i uttrycken III $C_2 \neq 0$ men de övriga fyra koefficienterna $=0$, blir $\Delta y = C_2 h^2 y(2+\cos 2\varphi)$ och $\Delta z = C_2 h^2 y \sin 2\varphi$. Efter eliminering av 2φ fås ekvationen

$$(\Delta y - 2R)^2 + (\Delta z)^2 = R^2 \qquad \text{VII}$$

där produkten $C_2 h^2 y$ är betecknad med R.

Kurvan är en cirkel med radien R och medelpunkten O på avståndet $2R$ från den gausska bildpunkten (fig. 9). Då R är proportionell mot h^2, svarar mot allt mindre värden å bländaröppningen successivt mindre och närmare Q belägna cirklar. Eftersom förhållandet mellan medelpunktens avstånd till Q och cirkelns radie ständigt är $=2$, tangera alla cirklarna de båda genom Q i fig. 9 dragna linjerna, som bilda 60° vinkel med varandra. Träffas alla delar av den cirkulära bländaröppningen av strålar, blir därför hela vinkelfältet mellan de nämnda linjerna och den yttre periferidelen av den största cirkeln fyllt av ljus. Bildens osymmetriska, kometliknande utseende har givit denna linsaberration benämningen koma.[1]

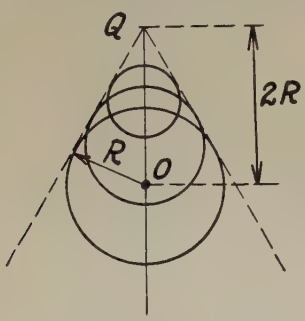


Fig. 9. Bilden av ett punktformigt objekt får genom koma-aberrationen ett kometliknande utseende.

Eftersom R är proportionell mot y, blir bilden av en objektpunkt på linsens huvudaxel fri från koma.

Då koefficienten C_2 innehåller såväl positionsfaktorn p som formfaktorn q, är storleken av koman beroende av både objektets avstånd till linsen och av dennas form. Även bländarens avstånd till linsen

[1] Fig. 9 G och 9 H, s. 133, hos Jenkins & White belysa ytterligare denna aberration.

påverkar koman. Teorien visar, att för en tunn lins med brytningsindex =3/2 och bländaren tätt intill linsen är komacirkelns radie

$$R=\frac{h^2y}{3f^2}\left(\frac{5}{2}q-2\right) \qquad \text{VIII}$$

då objektpunkten ligger långt bort. Härav framgår att R blir $=0$, dvs. avbildningen är fri från koma, om $q=\frac{4}{5}=0{,}80$. En lins med detta q-värde har nästan samma form som linsen med minimum av sfärisk aberration, vars formfaktor är $=\frac{5}{7}=0{,}71$. Tidigare har konstaterats, att en plankonvex lins, som vänder sin buktiga yta mot ett avlägset objekt ($q=1$), avbildar detta under liten sfärisk aberration. Även komafelet blir härvid tydligen litet.

Demonstration av koma

Objektet bör ha liten utsträckning. Det utgöres lämpligen av den glödande kolspetsen av en båglampa utan kondensor eller glödtråden hos en lampa med koncentrerad lyskropp.[1] Linsen med försatt centralbländare inställes först så, att en skarp bild av kolspetsen (resp. glödtråden) erhålles på skärmen. Härefter borttages bländaren, och linsen vrides kring sin vertikala diameter, så att dess läge i förhållande till bänkens längdriktning blir ungefär den fig. 10 återger. Objektet kommer då att ligga ganska långt från huvudaxeln och linsen träffas av strålar, som delvis bilda ganska stora vinklar med axeln. På skärmen framträder därför den för koman karakteristiska ljusfläcken. Lyskroppens avvikelse från punktform jämte sfärisk aberration och astigmatism göra, att bilden ej får den rena i fig. 9 antydda formen, men den svansliknande strukturen framträder dock tydligt. Den kromatiska aberrationen kan här liksom i de följande försöken redu-

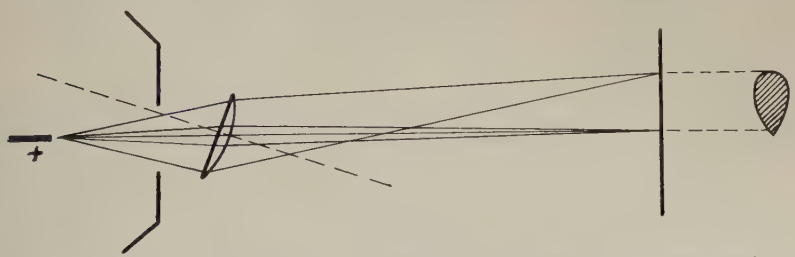


Fig. 10. Horisontalsnitt genom försöksuppställningen för demonstration av koma.

[1] T. ex. en tonfilmlampa, där glödtråden har formen av en kort, trång spiral av ca 2 mm längd och 2 mm vidd. Lampan kräver 6 V spänning och drager 5 A.

ceras (på bekostnad av ljusstyrkan) genom att anbringa ett färgat glas framför linsen.

Astigmatism och bildfältskrökning

Översikt

Äro $C_1=C_2=C_5=0$, men C_3 eller C_4 eller båda $\neq 0$, blir avvikelsen $\Delta y=(2C_3+C_4)hy^2\cos\varphi$ och $\Delta z=C_4hy^2\sin\varphi$. Aberrationskurvan är en ellips:

$$\frac{(\Delta y)^2}{a^2}+\frac{(\Delta z)^2}{b^2}=1 \qquad \text{IX}$$

med halvaxlarna $a=(2C_3+C_4)hy^2$ och $b=C_4hy^2$. Dessa äro alltså proportionella mot radien hos bländaröppningen samt mot kvadraten på den gausska bildpunktens (och därmed även objektets) avstånd till huvudaxeln. Ellipsens medelpunkt sammanfaller med den gausska bildpunkten (fig. 11).

På andra avstånd från linsen än det gausska bildplanets fås ellipser med andra axelförhållanden. Av speciell betydelse äro de båda i fig. 12 med T och S betecknade ställen, där ellipsen urartar till en rät

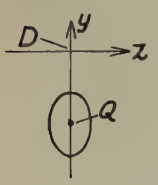


Fig. 11. På grund av astigmatism avbildas en objektpunkt som en ellips i planet BB.

Fig. 12. Astigmatisk avbildning: Den tangentiala bildlinjen T och den sagittala S. Orterna för T och S äro rotationsytor. Endast huvudstrålen i knippet från objektpunkten P är angiven.

linje. På det sistnämnda stället ligger denna i planet genom objektpunkten och linsens huvudaxel, på det förstnämnda är den vinkelrät mot detta plan. De båda bildlinjerna äro i figuren markerade med en punkt resp. ett streck. På ett ställe mellan T och S är bilden en cirkel, men ingenstädes blir den punktformig. Aberrationen kallas astigmatism. Fig. 13, som med benäget tillstånd överförts från Ingelstams och Thulins citerade uppsats, tydliggör ytterligare det karakteristiska för denna aberration.

Orten för T, den tangentiala (eller meridionala) bildlinjen, om P förflyttas i sitt plan, är en rotationsyta med linsens huvudaxel till symmetrilinje. En annan sådan yta beskrives av S, den sagittala bild-

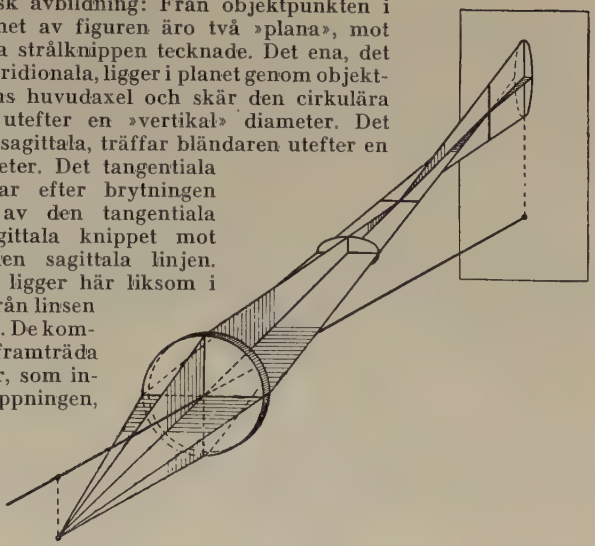


Fig. 13. Astigmatisk avbildning: Från objektpunkten i nedre vänstra hörnet av figuren äro två »plana», mot varandra vinkelräta strålknippen tecknade. Det ena, det tangentiala eller meridionala, ligger i planet genom objektpunkten och linsens huvudaxel och skär den cirkulära bländaröppningen utefter en »vertikal» diameter. Det andra knippet, det sagittala, träffar bländaren utefter en »horisontell» diameter. Det tangentiala knippet konvergerar efter brytningen mot mittpunkten av den tangentiala bildlinjen, det sagittala knippet mot mittpunkten av den sagittala linjen. Denna sistnämnda ligger här liksom i fig. 12 längre bort från linsen än den förstnämnda. De kompletta bildlinjerna framträda om samtliga strålar, som infalla mot bländaröppningen, medtagas.

linjen. Ytorna, som äro antydda i fig 12, tangera varandra i det gausska planets skärningspunkt med linsaxeln. Här sammansmälta de båda bildlinjerna till en punkt. Avbildningen av ett objekt på huvudaxeln sker alltså utan astigmatism. Detta framgår också därav, att ellipsaxlarna a och b i uttrycken under ekv. IX bli $=0$ för $y=0$. Den s. k. astigmatiska differensen, varmed avses sträckan TS mätt utefter huvudstrålen, växer efterhand som objektpunkten avlägsnar sig från huvudaxeln.

Mellan T- och S-ytorna ligger en tredje yta, som utgör sammanfattningen av de ställen, där bilden blir en cirkel. Denna yta betecknas vanligen bildytan eller bildfältet, eftersom cirkeln är att betrakta som den bästa bild linsen kan ge av objektpunkten.

De astigmatiska ytornas krökning påverkas i hög grad av bländarens avstånd till linsen. Även linsens form eller tillfogandet av ytterligare en lins övar inverkan. Genom lämpligt utnyttjande av dessa förhållanden är det möjligt att framställa en lins (eller linskombination), där T- och S-ytorna

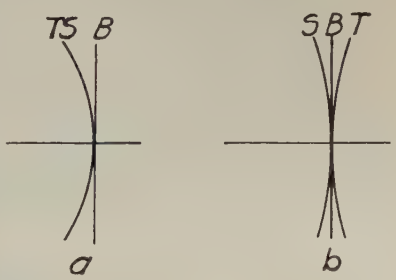


Fig. 14. T- och S-ytornas lägen vid en lins a) utan astigmatism, b) utan bildfältskrökning. B är Gauss' bildplan.

antingen sammanfalla (fig. 14 a) eller där de ha sådan form, att den mellan dem belägna ytan med den cirkulära bilden (bildfältet) blir plan (fig. 14 b). I det förstnämnda fallet är astigmatismen eliminerad. Avbildningen är dock såtillvida ofullkomlig som bildfältet blir krökt, eftersom TS-ytan ej är plan. I det sistnämnda fallet är bildfältet plant, men astigmatismen ej upphävd.

Demonstration av astigmatism

Apparaturen, som framgår av fig. 15, är densamma som vid demonstrationen av koma. Då det gäller att i görligaste mån reducera bildens förvanskning genom sfärisk aberration och koma, vilka äro proportionella mot h^3, resp. h^2, hållas linsens yttre delar under för-

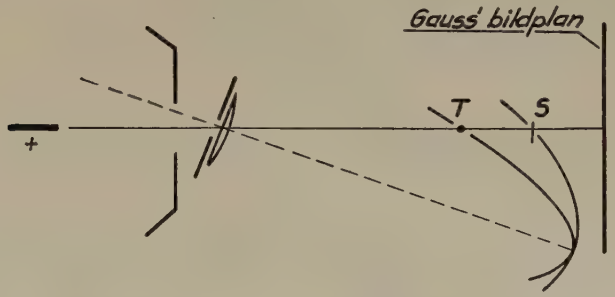


Fig. 15. Horisontalsnitt genom försöksanordningen för demonstration av astigmatisk avbildning.

söket avskärmade medelst centralbländaren. Det är sålunda endast ett litet parti med ca 20 mm diameter av linsens mitt, som genomsläpper strålning från glödkroppen.

Med linsen i normal ställning, dvs. med optiska axeln utefter bänken, alstras först en skarp bild av glödkroppen på skärmen. Sedan vrides linsen kring sin vertikala diameter, varigenom strålknippet kommer att bilda vinkel med linsens huvudaxel. Bilden antager då (approximativt) formen av en ellips med horisontell storaxel. Vid förskjutning av skärmen mot linsen ändrar ellipsen form och urartar först till en horisontell linje (den sagittala bilden) samt vid ytterligare förskjutning till en vertikal linje (den tangentiala bilden). Någonstans mellan dessa båda skärmlägen blir bilden (i det närmaste) cirkulär.

Demonstration av bildfältskrökning

Fig. 16 visar anordningen. Objektet utgöres av ett på en mattglasskiva B tecknat hjul, där nav, ekrar och ring äro klara men övriga

NORMA

BORDSINSTRUMENT
i precisionsutförande

äro genomgående av klass 0,5 och försedda med **stålkåpa** (ej bakelit) som avskärmar även sidled. Därigenom ökas också instrumentens stabilitet.

78 mm spegelskala med knivvisare. Utföres med upp till fyra mätområden med nedanstående max. resp. min. områden. Med Normas strömtransformator kunna f. ö. – utöver vad här angives – strömmätningsområdena utökas upp till 600 A.

VRIDJÄRNMÄTSYSTEM
lägsta område 0–6 V resp. 0–10 mA
högsta „ 0–520 V resp.0–50 A.

VRIDSPOLEMÄTSYSTEM
lägsta område 0–18 mV resp. 0–25 μA
högsta „ 0–600 V resp. 0–30 A
(med torrlikriktare eller termokors på begäran)

WATTMETRAR
lägsta område 50 mA, 12 V
högsta „ 5 A, 520 V

DUBBELWATTMETRAR
2×5 A, 2×130/260 V
Cos φ =0,5 och 1

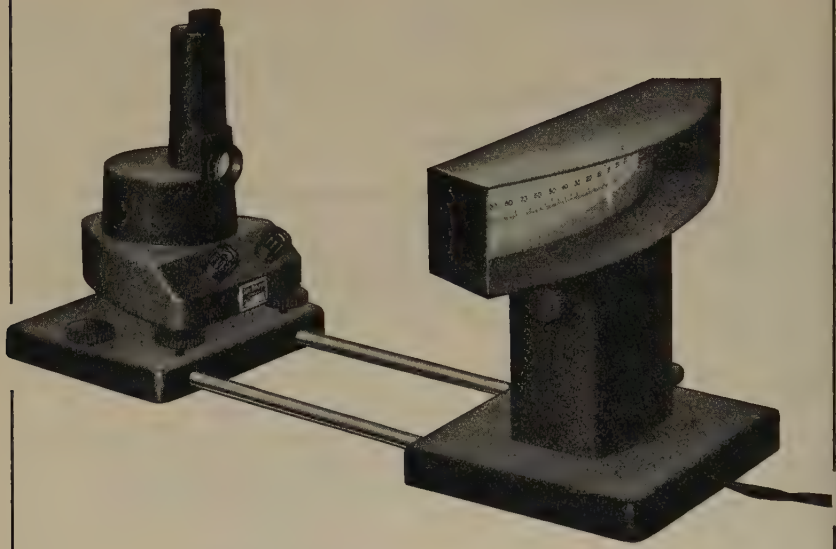
EFFEKTFAKTORMETER FÖR TREFASSTRÖM
5 A, 130 V (260/520 V)

TRESYSTEMIGA WATTMETRAR
Data på begäran

Dessutom levereras fluxmetrar, luxmetrar, temperaturmetrar, direktvisande ohmmetrar m.m. Snabb och noggrann service med originalreservdelar.

PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen, Stockholm 6. Tel. 340580, för rikssamtal 340680



Spegelgalvanometer

med belysningsanordning och skala. Galvanometern kan levereras med olika inre motstånd och känslighet. Finnes även i utförande för ballistiska mätningar.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

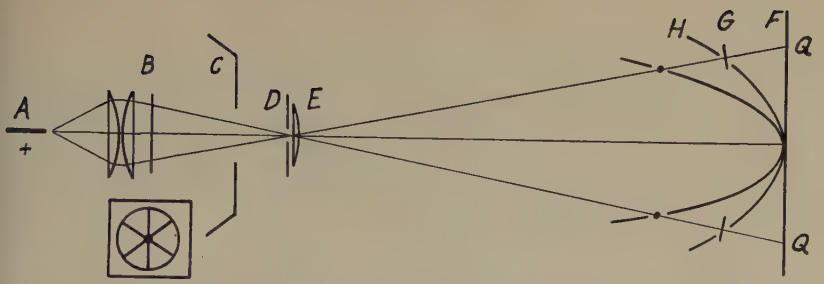


Fig. 16. Uppställning för påvisande av bildfältskrökning. Objektet B består av ett på en mattglasskiva tecknat hjul.

partier ogenomskinliga. Hjulet kan framställas genom att man ur en skiva svart kartong av mattglasskivans storlek skär ut de partier, som skola vara klara samt härefter klistrar kartongskivan på glaset. Lämpliga dimensioner: navdiameter 10 mm, ringdiameter 100 mm, bredd å ekrar och ring 2 mm. Objektskivan utsättes för kraftig belysning från en kolbåge A eller annan ljusstark lampa. För att även bilden av hjulets yttre partier skola framträda med god ljusstyrka på skärmen, ställes lämpligen framför objektskivan en belysningslins. En passande sådan är en vanlig skioptikonkondensor med ca 120 mm öppning.

Centralbländaren anbringas framför linsen, och denna förskjutes utefter bänken, tills en skarp förstorad bild av hjulnavet framträder på skärmen. Denna befinner sig då i ställningen F. Även de delar av ekrarna, som ligga närmast navet, äro tämligen skarpt avbildade. Ekrarnas yttre partier ävensom ringen äro däremot breda och oskarpa. De olika punkterna av dessa delar avbildas nämligen på grund av linsens astigmatism som ellipser (vid Q i fig. 16).

För att ekrarnas ytterpartier skola avbildas tydligt, måste skärmen framflyttas till läget G, där de olika punkterna hos ekrarnas yttre delar avbildas som korta streck orienterade in mot linsens huvudaxel, dvs. löpande i ekrarnas egen riktning. Bilden av ringen är i den nya skärmställningen fortfarande bred och oskarp, eftersom denna också består av linjeelement, som äro riktade mot linsens huvudaxel, alltså vinkelrätt mot ringen själv. Navet och de inre delarna av ekrarna ha i det nya skärmläget blivit oskarpa, då dessa på den plana skärmen nu avbildas med cirkel- och ellipselement.

Skärmen förskjutes ytterligare ett stycke mot linsen. Då den nått ställningen H, framträder ringen skarp. Bilden av denna består nu av linjeelement, som äro riktade tangentiellt till ringen. Detsamma gäller för bilden av ekrarnas ytterpartier, vilka därför (liksom övriga delar av ekrarna och navet) framträda oskarpa på skärmen.

Distorsion

Resultat av teorien

Äro slutligen $C_1=C_2=C_3=C_4=0$ men $C_5 \neq 0$, blir $\Delta y=C_5 y^3$ och $\Delta z=0$. I y-riktningen uppträder alltså en mot y^3 proportionell förskjutning av bildpunkten. Någon avvikning i z-riktningen förekommer däremot icke. Då storheterna h och φ ej ingå i uttrycken för Δy och Δz, vore avbildningen punktformig vid isolerad förekomst av denna aberration, benämnd distorsion.

C_5 beror till storlek och tecken av bländarens placering. För en enkel, tunn lins är C_5 praktiskt taget $=0$ för alla objektavstånd, om bländaren sitter tätt inpå linsen. Avbildningen är alltså i detta fall fri från distorsion.

Befinner sig bländaren framför linsen, dvs. på samma sida om denna som objektet, är tecknet för C_5 negativt. Bilden av en utanför axeln belägen objektpunkt ligger därför närmare axeln än den enligt de elementära linsformlerna skulle göra. Då förskjutningen dessutom växer med y, ($\Delta y \sim y^3$), kommer lateralförstoringen att efterhand minskas, om objektpunkten förflyttas utåt från axeln. Användes som objekt en centralt uppställd kvadrat, bli sidorna i bilden krökta inåt, så att denna får den form påminnande om en tunna fig. 17 b visar.

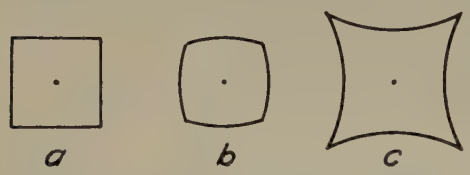


Fig. 17. Bilden av en centrerat uppställd kvadrat a) utan distorsion, b) vid tunnformig distorsion, c) vid kuddformig distorsion.

Tecknet för C_5 är positivt, om bländaren är uppställd bakom linsen. Bildpunkten är i detta fall förskjuten utåt från axeln. Då objektet avlägsnar sig från denna, växer lateralförstoringen. Kvadratens sidor bli i bilden böjda utåt, varför denna till formen kommer att likna en kudde (fig. 17 c).[1]

Distorsionen kan reduceras genom att man sammanställer två identiska linser (eller linssystem, om även andra aberrationer önskas nerbringade) och placerar bländaren mitt emellan dessa. Bättre fotografiska objektiv äro ofta byggda på detta sätt.

Tunnformig distorsion

Fig. 18 visar en anordning för demonstration av denna. Som objekt kan användas samma med en kolbåge eller glödlampa belysta kvadrat (eller rutnät) B som vid försöken över sfärisk avvikning (fig. 7).

[1] Till ytterligare belysning av distorsionens uppkomst se fig. 9 U, s. 144, hos Jenkins & White samt fig. 93—94 i Pohls Optik.

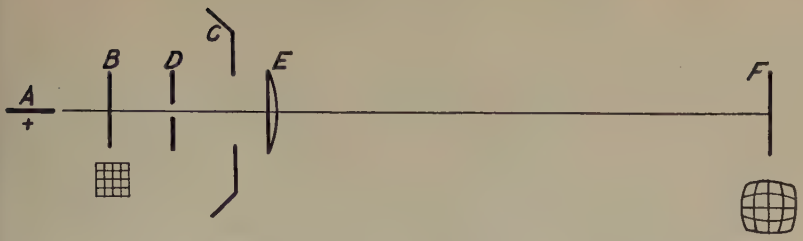


Fig. 18. Försöksuppställning för demonstration av tunnformig distorsion.

Bländaren D bör ha varierbar öppning (irisbländare). Den placeras på objektsidan, först nära intill linsen. Öppningen regleras till ca 20 mm och justeras, så att den sammanfaller med linsens mitt, varefter lins och bländare förflyttas utefter bänken, tills en skarp, förstorad bild framträder på skärmen. Då distorsionen på grund av bländarens läge intill linsen är mycket obetydlig, blir bilden en ganska god, förstorad kopia av originalet. Under iakttagande av korrekt centrering anbringas härefter bländaren ett par decimeter framför linsen. Minskar man sedan öppningen till några få millimeter, antager bilden den under F i fig. 18 återgivna formen.

Kuddformig distorsion

Utan att i övrigt vidtaga någon ändring i den föregående uppställningen flyttas bländaren över till andra sidan linsen (fig. 19) och placeras ungefär $^1/_2$ meter från denna. Bilden får nu kuddform.

Monokromatiska aberrationer av högre ordning

Vid stora värden å bländaröppning och objektavstånd till axeln blir det nödvändigt att i serieutvecklingen av $\sin \alpha$ medtaga ytterligare en eller flera termer. Detta innebär, att avbildningsfel av femte,[1] sjunde och ev. högre ordning även komma att göra sig gällande.

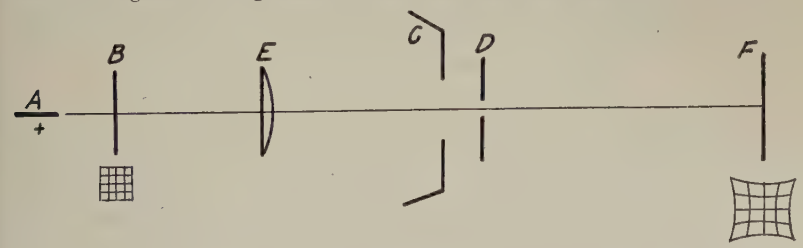


Fig. 19. Anordning för demonstration av kuddformig distorsion.

[1] A. KOHLSCHÜTTER, Die Bildfehler 5. Ordnung optischer Systeme. Diss., Göttingen 1908.

Kromatisk aberration

Eftersom en lins bryter ljus av olika färg olika starkt, erhåller man av ett objekt, som utsänder vitt ljus, i verkligheten en hel serie av bilder, en för varje färg i strålknippet. Fig. 20 visar den röda, som är störst och belägen längst bort, samt den violetta, som är minst och närmast linsen. Kromatisk aberration påverkar alltså både läget (longitudinal aberration) och storleken (lateral aberration) av bilden.

Fig. 20. Den kromatiska aberrationen påverkar såväl bildens läge som dess storlek. λ_l=longitudinal kromatisk aberration. λ_t=lateral kromatisk aberration.

För att påvisa den kromatiska aberrationen placerar man i uppställningen i fig. 7 ett rött glas framför linsen, varefter skärmen inställes på största bildskärpa. Försöket upprepas sedan med ett blått eller violett glas i strålningens väg. Man konstaterar, att såväl skärmläget som storleken hos bilden är olika i de båda fallen.

För att ernå god effekt är det väsentligt, att de använda filterglasen endast genomsläppa var sitt begränsade färgområde i de båda ändarna av spektrum. Passande glas är för rött ljus typ RG2 och för violett typ BG12 från Jenaer Glaswerk Schott & Gen., Jena. Det är vidare lämpligt att arbeta med tämligen stort avstånd mellan objekt och skärm. Vid 3—4 m och de nämnda glasen blir skillnaden i skärmläget flera decimeter.

Den kromatiska aberrationen kan som bekant reduceras genom att man ersätter den enkla linsen med två intill varandra ställda linser av olika glassorter och lämpligt avpassade krökningsradier.

Litteratur

T. Bjerge, Lyslære, s. 46—56, 3:e uppl., 1951. (E. Munksgaard, København.)
M. Born, Optik, Kap. 2. (J. Springer, Berlin 1933.)
F. A. Jenkins & H. W. White, Fundamentals of Optics, Chap. 8—10. (McGraw-Hill Book Company; New York, Toronto & London, 1950.)
R. W. Pohl, Einführung in die Optik, § 18—21, 7—8:e uppl., 1948. (Springer-Verlag.)

Strukturformlerna i skolans kemiundervisning

Av lektor Bertil Englund, Uppsala

Under s. k. instruktionsdagar vid läroverk i Norrland har jag behandlat aktuella undervisningsfrågor i kemi. Diskussioner och förfrågningar efteråt ha gett mig anledning att lägga fram några av synpunkterna i denna artikel.

Värdet av strukturformler vid kemiundervisningen är ju obestritt — den organiska kemiens grunder kunna knappt meddelas utan hjälp av strukturlära. De nuvarande åsikterna om kemisk bindning ställa strukturformlerna och deras användning i en ny och i viss mån kritisk belysning.

En strukturformel skall visa, hur atomerna binda varandra inom molekylen; den blir ett kort uttryck för föreningens kemiska egenskaper men utsäger ingenting om atomernas läge i det tredimensionella rummet. Strukturformler böra skiljas från stereoformler, som äro molekylmodeller. Att man »för att göra det hela åskådligt» eller »för att förenkla frågan för eleverna» använder ett slags strukturformler med streck eller hyskor och hakar mellan atomer också i salter med jongitter är klart felaktigt, även pedagogiskt. Det är nog sant, att gränsen mellan salter med enkla rejäla jongitter ($NaCl, CaF_2$) och sådana med kovalenta bindningar i gittren ($HgCl_2, CuCl_2(H_2O)_2$) är flytande, men detta är en sak, som inte behöver beröras de första kemiåren.

De elektronformler, som blivit vanliga i både vetenskaplig och pedagogisk litteratur, äro i många fall inte annat än strukturformler: de två elektronprickarna och valens-strecket äro symboler för samma sak, den kovalenta bindningen, enkelbindningen. Därför äro

$$\mathrm{H{-}O{-}H} \qquad \mathrm{H : \ddot{O} : H} \qquad \mathrm{H{-}\bar{O}{-}H}$$

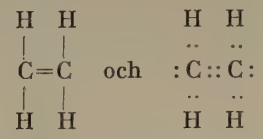
till det yttre olika men i själva verket likvärdiga sätt att återge vattenmolekylens struktur. Av de tre formlerna är endast den första (från vänster) en strukturformel i sedvanlig mening. Förkortade formler av typen

$$\mathrm{CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_3}$$

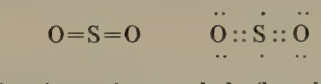
med bara *en* prick som uttryck för bindningen mellan kolatomerna äro olämpliga, sedan en prick införts för att beteckna *en* elektron.

Pedagogiska svårigheter kunna uppstå, när dubbelbindningar före-

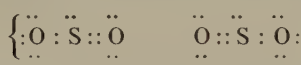
komma. Etylen och de flesta andra omättade organiska föreningarna låta lätt passa in sig i systemet, i det att en »dubbelbindning» tecknas som två elektronpar, som alltså bli symbolen för 1:o molekylens omättnad, 2:o den upphävda fria vridbarheten hos enkelbindningen och 3:o det kortare avståndet mellan atomkärnorna. Formlerna



äro därför likvärdiga uttryck för etylenmolekylens struktur. Däremot är det diskutabelt, om analoga formelbilder få ställas upp för t. ex. SO_2



Den vänstra formeln visar på ett enkelt (kanske alltför enkelt?) sätt, att svavel här har valenstalet +4 och syre valenstalet −2. Då denna valens-streckformel översättes till elektronformeln till höger, blir fördelningen av elektronerna osannolik. Byggnaden av molekylen SO_2 åskådliggöres i moderna framställningar med formlerna

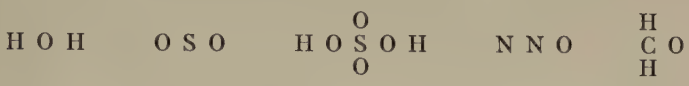


Denna sorts parenteser användas för att ange, att två former äro i resonans med varandra — man kunde säga, att en enkel- och en dubbelbindning oupphörligt byta plats med varandra. Så tänkte ju redan Kekule om bindningarna i bensolkärnan. Varje atom, svavel liksom syre, är omgiven av en elektronoktett, och det finns ingen anledning att i pedagogiskt syfte diskutera, om dessa formler äro riktiga eller inte. De återge forskningens nuvarande åsikter om molekylens dimensioner (atomavstånd och valensvinklar är kända genom experimentella mätningar). Det lilla problemet är endast, om det är behövligt och lämpligt, att dessa nya strukturfrågor tas upp i läroverkens undervisning. I så fall när, var och hur?

Valenstalsbegreppets nyttiga användning vid redoxprocesser och skillnaden mellan de två huvudtyperna av kemisk bindning, liksom också det enklaste om kemiska jämvikter kan en elev i RI[3] eller RI[4] göra till sin egendom. Strukturläran kan utan besvär användas inom den organiska kemien i realskolans avslutningsklass och i ring I[4]. I jämförelse med dessa moment i undervisningen är resonansbegreppet mycket svårt, kanske alltför svårt för att kunna tas med i början av gymnasiets kurs. Särskilt de elektronformler, som ha olika beteck-

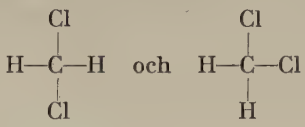
ningar (prick, ring, kryss) för elektroner från olika atomer, synas bereda eleverna besvär.

Beträffande formeln O=S=O måste det medges, att den är oriktig, om varje streck betyder ett elektronpar. Det är intressant, att denna fördelning av elektronerna kunde vara ett övergångsstadium mellan de två resonansformerna (men kärnavstånden motsvara inte närvaron av dubbelbindningar). Motsvarande kritik kan naturligtvis riktas mot de sedvanliga strukturformlerna för t. ex. SO_3, H_2SO_4, N_2O osv. Kunde det vara en framkomlig väg att inte rita ut streck mellan atomerna, dvs. att återge strukturer med formelbilder

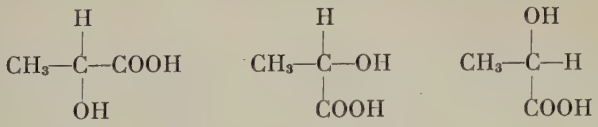


som ett kort uttryck för atomernas ordning inom förbandet utan tanke på, hur många elektronpar, som engagerats i varje bindning?

Det förekommer då och då, att själva begreppet strukturformel missuppfattas. En strukturformel säger ingenting om molekylens form. Om man därför för t. ex. CH_2Cl_2 ställer upp de två formelbilderna



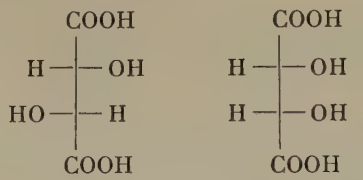
och behandlar dem som olika strukturer, har en grov misstolkning av begreppet skett. Dessa två bilder utgöra alldeles identiska strukturformler för diklormetan. Spekulationer över olika rymdformler här bli därför spekulationer i tomma rymden. — Det har framhållits som anmärkningsvärt, att tre *olika* strukturformler för mjölksyra kunna ställas upp



men att endast två former äro kända. Det anmärkningsvärda i detta ligger däri, att de tre formelbilderna utgöra identiska strukturformler för mjölksyra (=α-oxi-propionsyra, som naturligtvis bara har *en* struktur). Hela uppläggningen av stereokemien, som bör ha en plats — om ock blygsam — på realgymnasiet blir snedvriden, om strukturformler och stereoformler inte klart skiljas åt.

De projektionsformler, som Fischer införde vid sina studier över

sockerarternas konfiguration och som ännu leva kvar i pedagogisk litteratur, kunna lätt missförstås. Dessa formelbilder ritas efter en bestämd regel: kolkedjan placeras så att säga på rygg med alla de vid kolatomerna bundna grupperna uppåt (mot åskådaren), och atomerna projicieras sedan ned på papperet. Kolatomerna inuti kolkedjan ritas inte ut. Formlerna ge en mycket förenklad men för den invigde samtidigt mycket god bild av molekylens byggnad. Som exempel visas högerformen (optiskt aktiv) och mesoformen (optiskt inaktiv genom intramolekylär kompensation) av vinsyra HOCO—CH(OH)—CH(OH)—COOH:



höger-form meso-form

En kanske nära till hands liggande slutledning, att de två OH-grupperna äro närmare varandra i mesoformen än i den andra, är oriktig — de två föreningarnas reaktioner (liksom också studiet av molekylmodeller med beaktande av fri vridbarhet och av repulsionskrafter inom molekylen) visa faktiskt motsatsen. Detta är inte projektionsformlernas fel, men är en påminnelse, att man måste vara mycket försiktig, om man t. ex. använder dem för att visa övergången mellan öppna och cykliska former hos sockerarterna. Om denna fråga över huvud taget skall belysas i läroverken, sker det enklast och säkrast med hjälp av molekylmodeller. Då dessa byggas av »atomer» med riktiga valensvinklar, får man naturtrogna och instruktiva modeller även för dessa rätt invecklade molekyler.

I de nya metodiska anvisningarna för kemi på gymnasiet (utkomna i juli 1954) föreslås, att klassiska strukturformler och elektronformler ritas för enkla molekyler i samband med att läran om kemisk bindning gås igenom i ring I. Både på reallinjen och allmänna linjen skall kursen i organisk kemi sista året »omfatta en fördjupad behandling av strukturläran».

»Protonfaktor» och »redoxfaktor» som ersättare för begreppen normalitet m. fl.

Av fil. lic. Nils Löfman, Stockholm

Några vanliga titrimetriska metoder äro: 1) alkali- och acidimetri, 2) permanganattitreringar och 3) jodometri. I 1) rör det sig om protonreaktioner; 2) och 3) kunna hänföras till redoxreaktioner.

En titrerlösnings halt anges f. n. på många sätt: molaritet, normalitet och molalitet — vilket ej sällan, särskilt vid undervisningen ger anledning till oklarhet, missförstånd och onödigt besvär.

En lösnings kemiska verkan (K) är proportionell mot dess volym (V) och koncentration (C) och kan således uttryckas med formeln $K = V \cdot C$. En syras halt anges av det antal gramprotoner den kan tillhandahålla och en bas' styrka av det antal gramprotoner den kan mottaga per mängdenhet, vanligen liter.

Lämpligt synes det mig då vara att ersätta de mångtydiga termerna normalitet m. fl., när det gäller syror och baser i lösning, med en ny term, »protonfaktor», dvs. ett tal som anger antalet g-protoner, som kan avgivas resp. upptagas pr liter lösning.

Vid speciella tillfällen kan man ha behov av något annat mått än lösningsvolym. Intet hindrar då att »protonfaktorn» angives avse gramprotoner pr liter lösningsmedel eller kg lösning etc.

Exempel: På en förrådsflaskas etikett står: *Saltsyra,* protonfaktor $0{,}10$, och på en annan *Kalilut,* protonfaktor $0{,}25$. Det gäller att beräkna huru mycket av luten (x ml) som åtgår för att neutralisera 15 ml av syran.

Syrans verkan är enligt ovanstående:

$$K_s = \frac{15 \cdot 0{,}10}{1000} \text{ och lutens } K_b = \frac{x \cdot 0{,}25}{1000};$$

eftersom deras ömsesidiga verkningar äro lika, erhålles $x \cdot 0{,}25 = 15 \cdot 0{,}10$; $x = 6$ ml.

Vid redoxreaktioner bör på flasketiketten stå en »redoxfaktor» angivande antalet laddningar som omplacerats, då 1 liter under vissa givna förutsättningar förbrukats.

Exempel: Kaliumpermanganat reduceras i sur lösning till nästan ofärgat mangansalt, i neutral lösning till brungrumligt brunstens-

hydrat och i alkalisk lösning till grönt manganat. Den första reaktionen är den som i praktiken har någon betydelse, men för fullständighetens skull i detta sammanhang må man tänka sig att flaskетiketten hade följande utseende

Kaliumpermanganat.

Redoxfaktor $^1/_{10}$ vid pH < 7
» $^3/_{50}$ » » $= 7$
» $^1/_{50}$ » » > 7

Räkneexempel 1: Vilken är a) redoxfaktorn (x), b) järnhalten hos en surgjord järnsaltlösning varav 50 ml avfärga 37,5 ml kaliumpermanganatlösning med redoxfaktorn 0,10 vid ph < 7?

Med hänsyn till lösningarnas ömsesidiga inverkan erhålles ekvationen:

$$50 \cdot x = 37{,}5 \cdot 0{,}10; \quad x = 0{,}075.$$

Då formeln för det elektrokemiska förloppet är $Fe^{2+} - e^- = Fe^{3+}$ följer, att 1 liter av järnsaltlösningen håller $0{,}075 \cdot 56$ g järn $= 4{,}2$ g järn.

Räkneexempel 2: Huru många g kaliumpermanganat finnes pr l lösning med redoxfaktorn 0,1 vid pH < 7?

Reaktionsformeln kan skrivas: $Mn^{7+} + 5e^- = Mn^{2+}$ (1). Kaliumpermanganatets formel är $KMn^{7+}O_4$ och om (1) divideras med $5 \cdot 10$ fås

$$\frac{Mn^{7+}}{50} + \frac{e^-}{10} = \frac{Mn^{2+}}{50} \text{ samt } \frac{KMn^{7+}O_4}{50} = \frac{158}{50} = 3{,}16$$

dvs. 3,16 g kaliumpermanganat pr l.

Vid jodometriska bestämningar torde natriumtiosulfat-lösning vara den vanligaste reduktionsvätskan. Omsättningen vid en sådan reaktion sker enligt formeln:

$$2(S_2O_3)^{2-} + 2J^0 = (S_4O_6)^{2-} + 2J^{1-}$$

Även här kommer en redoxfaktor med samma innebörd som ovan med fördel till användning vid angivande av lösningens styrka.

Exempel: Vilken är a) redoxfaktorn (x), b) jodhalten i g pr l hos en lösning varav 25 ml avfärgas av 30 ml tiosulfatlösning med redoxfaktorn 0,2?

Ekvation: $25x = 30 \cdot 0{,}2; \quad x = 0{,}24.$

Jodlösningens redoxfaktor är alltså 0,24 och jodhalten i g pr l $0{,}24 \cdot 127 = 30{,}5$ g.

Om trigonometriska ekvationer av andra graden i sinus och cosinus

Av lektor Nils Kuylenstierna, Hälsingborg

1. Sättes

$$f(\cos\varphi, \sin\varphi) = A\cos^2\varphi + 2B\cos\varphi\sin\varphi + C\sin^2\varphi + 2D\cos\varphi + 2E\sin\varphi + F,$$

så blir

$$f(\cos\varphi, \sin\varphi) = 0 \tag{1}$$

en ekvation av andra graden i sinus och cosinus. Med hjälp av en i analytiska geometrien välkänd metod kan (1) lätt reduceras till två i sinus och cosinus lineära ekvationer. De därvid erhållna formlerna bli rätt enkla och överskådliga, och däri ligger procedurens egentliga intresse. Sättes

$$\cos\varphi = \xi, \qquad \sin\varphi = \eta \tag{2}$$

erhålles

$$f(\xi, \eta) = 0 \tag{3}$$

ekvationen för ett kägelsnitt, samt enhetscirkeln

$$\xi^2 + \eta^2 = 1 \tag{4}$$

Koordinaterna för skärningspunkterna mellan (3) och (4) ge förmedelst (2) lösningarna till ekvationen (1). Man får fyra skärningspunkter, reella eller imaginära, ej nödvändigtvis alla åtskilda. För korthetens skull kallar jag dem *S-punkter*. Ekvationen

$$f(\xi, \eta) - m(\xi^2 + \eta^2 - 1) = 0 \tag{5}$$

där m är en konstant, framställer ett kägelsnitt, som går genom S-punkterna. Nu skall m bestämmas så, att (5) reduceras till ekvationen för ett par räta linjer. Först bortskaffas $\xi\eta$-termen genom en koordinattransformation

$$\xi = x\cos\alpha - y\sin\alpha, \qquad \eta = x\sin\alpha + y\cos\alpha$$

vilket innebär, att koordinatsystemet vrides en passande vinkel α omkring origo. Ekvationen för kägelsnittet (3) får då formen

$$ax^2 + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \tag{3 a}$$

Enhetscirkelns ekvation ändrar ej form utan blir

$$x^2 + y^2 = 1 \tag{4 a}$$

Sättes här $x = \cos v$, $y = \sin v$, kommer v att satisfiera ekvationen

$$a\cos^2 v + c\sin^2 v + 2d\cos v + 2e\sin v + f = 0 \tag{1 a}$$

Är v en lösning till (1 a), blir $\varphi = v + a$ lösning till (1). Här förutsättes koordinattransformationen redan utförd, och jag inskränker mig till ekvationer av typen (1 a). Det antages, att (3 a) är ett egentligt kägelsnitt men ej en cirkel. Vidare skola d och e båda vara olika med noll. Härmed uteslutas blott triviala fall.[1] Ekvationen (5) blir nu

$$ax^2 + cy^2 + 2dx + 2ey + f - m(x^2 + y^2 - 1) = 0 \qquad (5\,a)$$

2. I ekvationen (5 a) kompletteras kvadraterna för x-termerna och för y-termerna. Man får då

$$(m-c)[(a-m)x+d]^2 - (a-m)[(m-c)y+e]^2 = \\ = d^2(m-c) - e^2(a-m) - (a-m)(m-c)(f+m)$$

Denna ekvation framställer ett linjepar, om m bestämmes så, att det satisfierar tredjegradsekvationen, *m-ekvationen*,

$$d^2(m-c) - e^2(a-m) - (a-m)(m-c)(f+m) = 0 \qquad (6)$$

Ekvationerna för linjerna i linjeparet bli då

$$y - \frac{e}{m-c} = \pm \sqrt{\frac{a-m}{m-c}} \left(x + \frac{d}{a-m} \right) \qquad (7)$$

Insättes i vänstra sidan av (6) $m = a$, får den värdet $d^2(a-c)$; insättes $m = c$, blir den $e^2(c-a)$. Emedan a och c äro olika och olika med noll, måste av de nyss erhållna värdena det ena vara negativt och det andra positivt. Härav följer, att varken a eller c äro rötter till m-ekvationen, men att mellan a och c har denna ekvation antingen en eller tre rötter. Väljes nu en av dessa mellan a och c belägna rötter och insättes i stället för m i (7), så befinnes uttrycket under rotmärket vara positivt. Linjerna (7) äro alltså reella. Införes därefter vinkeln v i (7), erhålles

$$\sin v - \frac{e}{m-c} = \pm \sqrt{\frac{a-m}{m-c}} \left(\cos v + \frac{d}{a-m} \right) \qquad (8)$$

Uppgiften att lösa den trigonometriska ekvationen (1 a) har alltså bringats till uppgiften att lösa de båda i sinus och cosinus lineära ekvationerna (8).

3. Båda linjerna i (7) passera genom

$$P = \left(-\frac{d}{a-m} \, ; \, \frac{e}{m-c} \right)$$

korteligen en *P-punkt*. Vi införa beteckningen

$$z = \frac{d^2}{a-m} - \frac{e^2}{m-c} - f - m$$

[1] Bl. a. de fall då (3 a) och (4 a) ha bikontakt eller fyrpunktsberöring, varvid linjerna (7) kunna eller måste sammanfalla (P obestämd).

Derivering i avseende på m ger

$$z' = \left(\frac{d}{a-m}\right)^2 + \left(\frac{e}{m-c}\right)^2 - 1$$

$z=0$ ger m-ekvationen. Är m en rot till denna ekvation, som också gör $z'=0$, får ekvationen två lika rötter. Som synes, komma då koordinaterna för motsvarande P-punkter att uppfylla enhetscirkelns ekvation dvs. sammanfalla till en S-punkt. Är m-ekvationens rötter alla olika, kommer ingen av de tre P-punkterna att bli S-punkt. Vi antaga nu tillsvidare, att m-ekvationens rötter alla äro olika.

Om m-ekvationens alla rötter ligga mellan a och c, så bli de tre P-punkterna reella liksom alla linjerna i de tre paren (7) samt de fyra S-punkterna. Ekvationen (1 a) kan alltså i detta fall reduceras till ett par av lineära ekvationer på tre olika sätt. Naturligtvis bli de slutliga vinkelvärdena desamma i de tre fallen, motsvarande de fyra S-punkterna. Var och en av ekvationerna (7) ger två av vinklarna (bortsett från perioden 360°).

Om vidare m-ekvationen har två reella rötter, som ej ligga mellan a och c, bli alla P-punkterna reella men endast ett av linjeparen. En av linjerna i ett av de imaginära paren utskär två S-punkter. Dessa måste båda vara imaginära, ty ifrågavarande linje går genom en reell P-punkt, och en imaginär linje går endast genom en reell punkt. Den andra linjen i samma par utskär likaledes imaginära S-punkter. I detta fall ha alltså ekvationerna (8) eller (1 a) inga reella lösningar.

Har slutligen m-ekvationen en rot m_1 mellan a och c och två imaginära rötter, blir ett linjepar reellt, de båda övriga imaginära. Är m imaginärt, kan (5 a) satisfieras av reella x- och y-värden, endast om (3 a) och (4 a) båda gälla, dvs. om x och y äro koordinater för en S-punkt. S-punkterna må vara S_1, S_2, S_3, S_4. Om en linje i ett av de imaginära paren utskär S_1 och S_2, måste en av dem S_1 vara reell, den andra imaginär, ty en imaginär rät linje går genom en och endast en reell punkt. Analogt utskär den andra linjen i paret en reell punkt S_3 och en imaginär S_4. Linjen S_1S_3, som går genom två reella punkter, måste vara ena kontrahenten i det par, som motsvarar m_1. Den andra linjen i detta par är S_2S_4. Av ekvationerna (8) ger alltså för $m=m_1$ den ena två reella lösningar, den andra inga. Tydligen ger den av linjerna (7), som går närmast origo, de reella lösningarna. Sättes

$$\alpha = \frac{e}{m_1-c}, \qquad \beta = -\frac{d}{a-m_1}, \qquad k = \sqrt{\frac{a-m_1}{m_1-c}}$$

bli avstånden från origo

$$z=\frac{|\alpha-k\beta|}{\sqrt{1+k^2}} \text{ och } z_1=\frac{|\alpha+k\beta|}{\sqrt{1+k^2}}$$

där z hänför sig till ekvationen (7) med plustecken framför rotmärket och z_1 till den andra ekvationen. Nu är $k>0$. Man ser lätt, att om α och β ha samma tecken, dvs. om $\alpha\beta>0$, så blir $z_1>z$. Om α och β ha olika tecken, dvs. om $\alpha\beta<0$, blir tvärtom $z_1<z$. Emedan m_1 ligger mellan a och c, framgår av uttrycken för α och β, att $\alpha\beta$ och $d\cdot e$ ha motsatta tecken. Härav regeln: Om $d\cdot e>0$, skall man i (7) och (8) välja den ekvation, som har minustecken framför rotmärket; om $d\cdot e<0$, skall man välja ekvationen med plustecken.

Som exempel på detta sista fall välja vi ekvationen

$$\cos 2v=2\sin(v+\delta) \tag{9}$$

Ekvationen (1 a) tar här formen

$$\cos^2 v-\sin^2 v-2\sin\delta\cos v-2\cos\delta\sin v=0$$

och ekvationen (3 a)

$$x^2-y^2-2x\sin\delta-2y\cos\delta=0$$

Här är alltså

$$a=1, \quad c=-1, \quad d=-\sin\delta, \quad e=-\cos\delta, \quad f=0$$

m-ekvationen blir $m^3=\cos 2\delta$.

Vi bortse från de enkla undantagsfallen, då antingen $\sin\delta=0$, $\cos\delta=0$ eller $\cos 2\delta=0$. Då får m-ekvationen den reella roten $m=\sqrt[3]{\cos 2\delta}$ samt två imaginära rötter. Vidare är $d\cdot e=\frac{1}{2}\sin 2\delta$. Ekvationerna (8) bli här

$$\sin v+\frac{\cos\delta}{m+1}=\pm\sqrt{\frac{1-m}{m+1}}\left(\cos v-\frac{\sin\delta}{1-m}\right)$$

Här insättes $m=\sqrt[3]{\cos 2\delta}$, och man väljer ekvationen med plustecken framför rotmärket, om $\sin 2\delta<0$ och den med minustecken, om $\sin 2\delta>0$. De reella lösningarna till (9) erhållas alltså ur en enda i sinus och cosinus lineär ekvation.

Hittills ha rötterna till m-ekvationen antagits olika. Om rötterna ligga mellan a och c men två eller alla tre sammanfalla, komma de fyra reella lösningarna att sammandragas till tre resp. två reella lösningar. Om däremot roten m_1 ligger mellan a och c men de reella rötterna $m_2=m_3$ ej ligga i detta intervall, så sammanfalla de mot dessa senare rötter svarande imaginära linjeparen och deras reella skärningspunkt kommer att ligga på enhetscirkeln, alltså bli en S-punkt. Vinkeln v bestämmes här helt enkelt av

$$\cos v=-\frac{d}{a-m_2}, \quad \sin v=\frac{e}{m_2-c} \tag{10}$$

Ett exempel härpå ger ekvationen

$$\cos^2 v - \sin^2 v + \cos v + 3\sqrt{3}\sin v - 4\tfrac{1}{2} = 0$$

Här är $a=1$, $c=-1$, $d=\frac{1}{2}$, $e=\frac{3}{2}\sqrt{3}$, $f=-4\frac{1}{2}$
och m-ekvationen blir

$$2m^3 - 9m^2 + 12m - 4 = 0$$

med rötterna $\frac{1}{2}$, 2, 2. Här blir enligt (10)

$$\cos v = \frac{-\frac{1}{2}}{1-2} = \frac{1}{2}, \qquad \sin v = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{3}}{2+1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

varav lösningen till den trigonometriska ekvationen $v = 60° + n \cdot 360°$.

4. Ekvationerna (8) kunna omformas, så att de bli mer lämpade för numerisk beräkning. För vinkelkoefficienterna i (7) införes den gemensamma beteckningen k, alltså

$$k = \pm\sqrt{\frac{a-m}{m-c}}, \qquad k^2 = \frac{a-m}{m-c}$$

varav

$$m - c = \frac{a-c}{1+k^2}, \qquad a - m = \frac{(a-c)k^2}{1+k^2}$$

Genom insättning i (8) erhålles

$$\sin v = k\cos v + \frac{(1+k^2)(ek+d)}{k(a-c)}$$

Här kan »riktningsvinkeln» införas genom substitutionen $k = \operatorname{tg}\gamma$. Om $k > 0$, väljes här en spetsig vinkel γ_1; är $k < 0$, tages den trubbiga vinkeln $180° - \gamma_1$. Man finner lätt

$$\sin(v-\gamma) = \frac{d + e\operatorname{tg}\gamma}{(a-c)\sin\gamma} \tag{11}$$

Insätter man här efter vartannat de båda γ-värdena, kommer denna ekvation att ersätta de båda ekvationerna (8).

5. Om i ekvationen (1) $B \neq 0$ och den föreslagna koordinattransformationen genomföres, får man en m-ekvation, vars koefficienter äro rationella i $A, B, \ldots, F$. Däremot kommer ej vridningsvinkeln α att uppträda i denna ekvation, ty m-ekvationens existens är villkoret för att kägelsnittet (5) skall vara oegentligt, och denna egenskap är ju oberoende av koordinatsystemet.

Flera exempel av här behandlad typ ha givits i studentskrivningarna. I dessa relativt enkla fall är det onödigt att i (3) bortskaffa $\xi\eta$-termen liksom att bilda m-ekvationen. Ledande princip är att uppdela polynomet $f(\xi, \eta)$ uti i ξ och η lineära faktorer, eventuellt med enkel användning av likheten $\xi^2 + \eta^2 = 1$.

Ex. 1. $\xi\eta=\eta+\xi$, (vt 17).

Multiplicera med 2, addera till vänster $\xi^2+\eta^2$ samt till höger 1; en andragradsekvation i $\xi+\eta$ erhålles.

Ex. 2. $3\xi^2+4\xi\eta-2\eta-4\xi+2=0$, (aug. 46).

Sättes $\xi^2=1-\eta^2$ fås en andragradsekvation i avseende på η. Löses denna, blir uttrycket under rotmärket jämn kvadrat. Man kan även ersätta sista termen 2 med $\xi^2+\eta^2+1$, då vänstra ledet blir kvadraten på $2\xi+\eta-1$. Här föreligger ett bikontaktfall (se noten, s. 172).

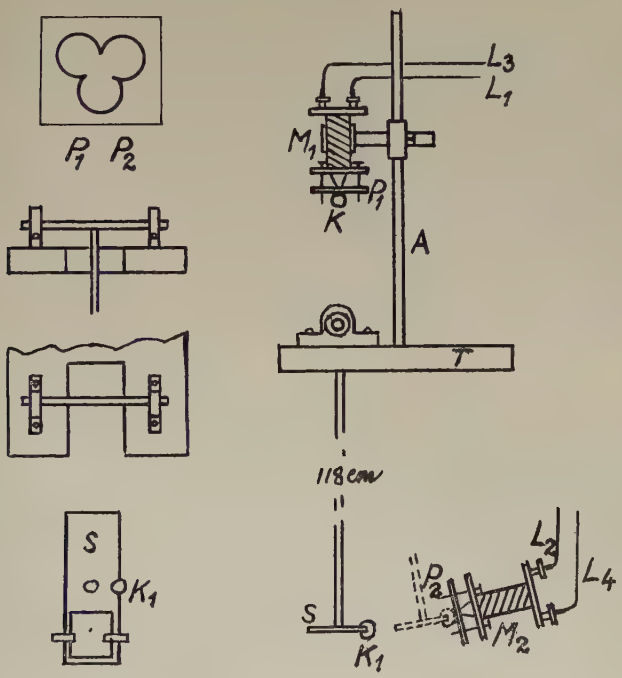
En fallapparat med pendel

Av läroverksadjunkt Evald Mohlin, Falun

Vid flera tillfällen har jag av kolleger, som besökt läroverket i Falun, anmodats att i Elementa redogöra för en apparat, som i realskolans avslutningsklass användes vid bestämning av accelerationen vid fritt fall (såväl under lektions- som någon gång vid laborationstimmar). Idén till denna apparat fick jag redan 1936 och samma år byggdes den med hjälp av en kollega, nuvarande adjunkten i Arvika P. Rendahl, och dåvarande maskinisten vid skolan J. A. Åberg.

Apparaten består av två seriekopplade, stavformiga elektromagneter, en pendel och olika stora kullagerkulor, som användas såsom fallkroppar. Pendelstången, som är fästad vid en horisontell axel, vilken är lagrad i två små på en träplatta (T) fastsatta kullager, uppbär i sin nedre ända en horisontell mässingskiva (S) av rektangulär form med den längre sidan vinkelrät mot pendelns svängningsplan. Den övre elektromagneten (M_1) är, med kärnan vertikal, höj- och sänkbart monterad vid en vertikal stång (A) och kan även förskjutas vinkelrätt mot stången samt har sin plats ett stycke ovanför träplattan och så att den befinner sig lodrätt över mässingskivans (S) ena halva, då pendeln är i sitt jämviktsläge. På någon mm:s avstånd (som kan justeras med skruvar) från den tillspetsade undre delen av järnkärnan finns en med ett treuddigt hål försedd mässingsplatta (P_1), som dels kan inställas i horisontellt läge och dels kan centreras till järnkärnan. På undersidan av plattan, berörande de tre uddarna i hålet men ej järnkärnan, kan en stålkula (K) kvarhållas, då elmagneten är strömförande.

Den nedre elmagneten (M_2) är placerad på kort avstånd från skivan (S), så att dess axel befinner sig i pendelns svängningsplan och så att axeln utgör fortsättning på skivans (S) mittlinje, dvs. så att en på mässingskivan fastsatt järnkula (K_1), då pendeln befinner sig i ytterläge, stöder mot de tre uddarna i hålet i plattan (P_2) och fasthålles av elmagneten, då denna är strömförande. Träplattan (T) kan förses med ben, eller också kan den med vinkeljärn fästas vid en vägg. Viktigt är att apparaten är vibrationsfritt uppställd. I ledningen L_1—L_2 är en strömbrytare med snabb utlösning inkopplad, och ledningarna L_3 och L_4 gå till en strömkälla. Pendelstången kan förses med en förskjutbar vikt, om man vill ändra svängningstiden.



Apparaten handhaves på följande sätt: På skivans (S) ena halva (se fig.) lägges en bit karbonpapper och ovanpå detta en bit stencilpapper; papperen fasthållas t. ex. med ett par små krokodilklämmor. Strömmen slutes och K_1 föres till P_2. Sedan ev. vibrationer upphört, brytes strömmen och pendeln får svänga, tills den stannar i jämviktsläge. Strömmen slutes ånyo och fallkroppen (K) anbringas på sin plats

vid plattan (P_1). Efter några ögonblick (ev. vibr.) brytes strömmen, varvid K faller och gör ett litet runt, svart märke i stencilpapperet. Upprepas denna manöver, faller kulan precis på samma ställe som förut, om plattan P_1 är riktigt inställd. Nu slutes strömmen igen och kulorna K och K_1 anbringas på sina platser, varpå strömmen efter några ögonblick brytes. Pendeln börjar svänga och kulan K börjar falla, och är fallhöjden den rätta, kommer kulan att falla precis i det förut åstadkomna märket. Skulle så ej vara fallet, får höjden ändras och proceduren upprepas.

Falltiden — en halv enkelsvängning för pendeln — bestämmes med en kronometer graderad i tiondels sekunder, där skaldelarna äro så stora att uppskattning kan ske på 1 à 2 hundradels sekunder när (varvet är delat i 10 sek). Bestämningen sker på följande sätt. Strömmen slutes och kulan K_1 anbringas på sin plats. Så samtidigt som möjligt brytes strömmen och sättes kronometern i gång. Sedan pendeln gjort t. ex. 10 eller 50 enkla svängningar, stannas kronometern. Den avlästa tiden dividerad med 20 resp. 100 blir alltså falltiden. Då helt naturligt största svårigheten ligger i tidsbestämningen, måste flera sådana göras. Här nedan följer en serie på 10 tidsbestämningar, där fallhöjden bestämts till 130,(1) cm.

Tid för 10 enkla sv. i sek	10,33	10,36	10,32	10,33	10,28	10,34	10,20	10,38	10,27	10,34
$g=\frac{2s}{t^2}$ cm/sek²	975	970	977	975	985	973	1000	964	987	973

Medelvärde 978 cm/sek²

Som framgår av tabellen, erhålles ett mycket gott värde och en klar översikt av g-värdenas spridning. Man kan även göra så, att tidsmedelvärdet först bestämmes, varefter g-värdet beräknas. En sådan uträkning i ovanstående serie ger också värdet 978 cm/sek².

Beträffande fallhöjdsbestämningen bör kanske påpekas, att det kan vara lämpligt att utgå från en medelstor kula och sedan, då man kommit mycket nära det rätta värdet (jämviktsmärket och fallmärket mycket nära varandra), alltefter behov använda en något större eller något mindre kula i fortsättningen, emedan man på detta sätt kan slippa att höja eller sänka elmagneten och alltså ej behöver bestämma nytt märke i jämviktsläget.

Användningen av tröghetskrafter inom realgymnasiets dynamikkurs

Av lektor Martin Sjöström, Stockholm

Vid studentskrivningen i fysik våren 1952 gavs följande uppgift: En låda i form av en rätvinklig parallellepiped med kantlängderna 12, 36 och 48 cm står lutad mot den bakre vertikala väggen i en vagn. Vagnen går rakt framåt på en horisontell väg med den konstanta hastigheten 36 km/tim. Lådan stöder mot golvet längs en av de 36 cm långa kanterna, varvid denna är parallell med och belägen 24 cm från väggen. Lådans tyngdpunkt ligger i dess mitt. Beräkna den kortaste vägsträcka, på vilken vagnen kan bromsas in och stanna, utan att lådans jämvikt störes. Vagnens rörelse under inbromsningen får anses vara likformigt retarderad. Lådan förutsättes icke kunna glida utmed golvet.

På vissa håll vållade denna uppgift abiturienterna stora svårigheter. Ändock är problemets lösning mycket enkel, om man infört begreppet tröghetskraft och gjort lärjungarna förtrogna med användningen av tröghetskrafter vid lösandet av rörelseproblem.

Jag har sålunda alltid funnit det lämpligt att vid lösning av detta slag av uppgifter låta eleverna foga tröghetskrafter till de verkande krafterna, varigenom ett givet rörelseproblem överförs till ett jämviktsproblem. Törhända kunna dessa rader vara någon av mina kolleger till hjälp vid undervisningen.

Följande resonemang fatta alla utan svårighet.

På en punktformig massa m verka fyra krafter K_1, K_2, K_3 och K_4. De kunna sammansättas till en resultant K enligt parallellogramlagen. Under inverkan av kraften K får enligt kraftekvationen massan accelerationen $a=K/m$. Accelerationen har samma riktning som kraften $K=am$. Begreppet tröghetskraft bör här redan vara infört vid undervisningen såsom en tänkt kraft av storleken am och med en riktning som är motsatt riktningen av den kraft K, som ger upphov till den accelererande rörelsen.

Jag återgår nu till problemet med de fyra krafterna så som det från början förelåg. Det inses av eleverna utan vidare, att om man till K_1, K_2, K_3 och K_4 fogar tröghetskraften $a \cdot m$ motastt de fyra krafternas resultant, samtliga fem krafter hålla varandra i jämvikt. Därmed är rörelseproblemet i fråga överfört till ett jämviktsproblem.

1. Som första tillämpningsexempel tar jag Atwoods fallmaskin. De rörliga massorna äro m_1 och m_2 ($m_1 > m_2$); m_1 faller med accelera-

tionen a; m_2 rör sig uppåt med samma acceleration a. På m_1 verka krafterna $m_1 g$ dyn nedåt, spänningen S dyn uppåt och tröghetskraften $m_1 a$ dyn uppåt, eftersom resultanten till $m_1 g$ och S är riktad nedåt. På m_2 verkar $m_2 g$ nedåt, S uppåt och tröghetskraften $m_2 a$ nedåt eftersom resultanten till $m_2 g$ och S är riktad uppåt, då ju rörelsen är accelererad i den riktningen. För vardera massan ställas jämviktsekvationerna upp och räkningen ger både a och S.

2. En kropp, som till en början är i vila, glider utför ett lutande plan. Samtliga verkliga krafter insättas i figuren: tyngdkraften mg, normalkraften N, riktad vinkelrätt mot planet snett uppåt, men ej genom tyngdpunkten, friktionskraften F i beröringsytan, parallellt med planet och motsatt rörelseriktningen. Resultanten till dessa krafter är riktad nedåt, parallellt med planet, ty i den riktningen rör sig kroppen med accelererad rörlese. Nu tillfogas tröghetskraften ma, anbragt i masscentrum, dvs. kroppens tyngdpunkt, och riktad uppåt parellellt med planet. Rörelseproblemet är överfört till ett jämviktsproblem och behandlas som sådant.

3. En kropp kastas uppför ett strävt lutande plan. Resultanten till samtliga verkliga krafter är riktad parallellt med planet nedåt. Tröghetskraften är således riktad uppåt, parallellt med planet. Här blir det klart för eleverna, att tröghetskraften ej är »motsatt rörelsen», som de gärna vilja säga.

När man så kommer till en materiell punkts plana kroklinjiga rörelse och med hjälp av hodografkurvan (se Bergholm, Lärobok i fysik del 5) visat upp, att accelerationen i allmänhet bildar annan vinkel än 0° eller 180° med hastighetsvektorn, uppdelas accelerationsvektorn i en komposant a_t längs bantangenten och en däremot vinkelrät komposant a_n längs normalen; den förra ger accelerationen i banans led, den senare är accelerationen vinkelrätt mot banan.

Tillämpas detta betraktelsesätt på en masspunkt med massan m gram, som med konstant hastighet v cm/sek rör sig i en cirkulär bana med radien r cm, blir $a_t = 0$ och $a_n = v^2/r$. På massan m verkar alltså en kraft $m \cdot v^2/r$ dyn, riktad in mot centrum, centripetalkraften. Eleven gör nu upptäckten, att centrifugalkraften är en tröghetskraft, lika stor som centripetalkraften och riktad åt motsatt håll mot denna.

Vid härledningen av koniska pendelns omloppstid finner man, att spänningen i upphängningstråden och pendelkulans tyngd äro de verkliga krafterna, vilkas resultant är riktad mot centrum (centripetalkraften mv^2/r. Tröghetskraften mv^2/r pekar således utåt från centrum i radiens riktning och håller jämvikt med de två verkliga krafterna. I banans riktning finnes ingen tröghetskraft eftersom hastigheten i banans led är konstant.

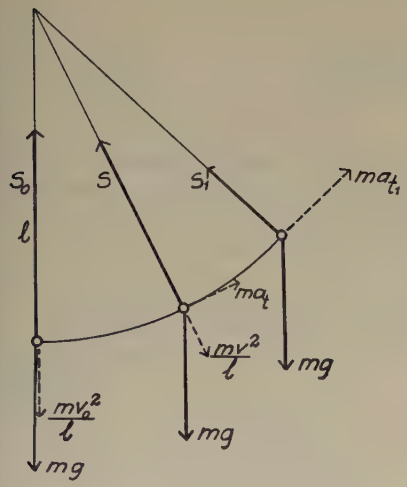


Fig. 1

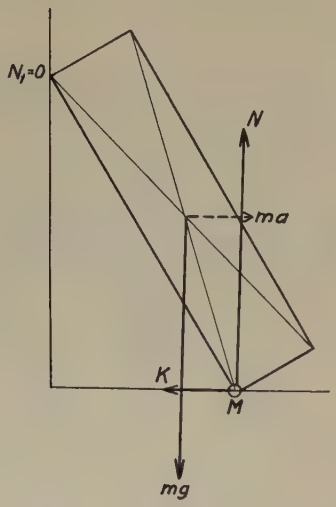


Fig. 2

Till sist brukar jag vid behandlingen av den plana matematiska pendeln (l) låta eleverna rita en figur (fig. 1) med verkliga krafter (heldragna pilar) och tröghetskrafter (streckade pilar) utsatta för ett godtyckligt läge av pendelkulan mellan dennas högsta och lägsta punkt. Det inses omedelbart, att tyngden, spänningen och centrifugalkraften ha en resultant i banans led, varför det för jämvikt fordras en tröghetskraft $m \cdot a_t$ längs bantangenten och utåt ifrån lägsta banpunkten sett, antingen punkten rör sig från eller mot jämviktsläget.

Till förtydligande av tankegången ha i figuren verkliga krafter och tröghetskrafter även utritats för det ögonblick, då pendelkulan under sin rörelse nått upp till ena vändpunkten och för det ögonblick, då den under sin återgående rörelse passerar lägsta punkten i banan.

Vi återvända nu till utgångspunkten för denna framställning, studentuppgift nr 3 v. t. 1952. I fig. 2 äro samtliga verkliga krafter jämte tröghetskraften utritade. Lådans nedersta kantlinje tages till momentaxel (M). Tröghetskraftens avstånd från M är $(3+12\sqrt{3})$ cm, tyngdkraftens avstånd från M $(12-3\sqrt{3})$ cm. Momentekvationen ger:

$$m \cdot a \cdot (3+12\sqrt{3}) = m \cdot g \cdot (12-3\sqrt{3}),$$

varav

$$a = 981(4-\sqrt{3}) : (4\sqrt{3}+1) \text{ cm/sek}^2$$

Då begynnelsehastigheten är 36 km/tim$=10^3$ cm/sek och sluthastigheten är$=0$, blir vid likformigt retarderad rörelse bromssträckan$=$ $=10^6/2a$ cm$=17{,}8(3)$ m.

Notiser

Några exakta sinusvärden

J. Tropfke refererar i Geschichte der Elementarmathematik, *5*, 185, en originell minnesregel angiven av W. Jaeckel i Unterrichtsblätter für Math. u. Naturwissenschaften *17*, 16, 1911. Den gäller några vinklars sinus. Efter tillägg av de felande 22,5° och 67,5° blir den:

$$\sin 0° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{4}},\ \sin 15° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}},\ \sin 22{,}5° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}},\ \sin 30° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{}}$$

$$\sin 45° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{}}$$

$$\sin 90° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{4}},\ \sin 75° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}},\ \sin 67{,}5° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}},\ \sin 60° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{}}$$

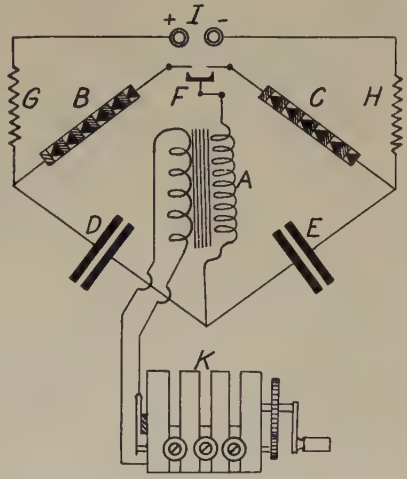
Läses lämpligen »bustrofedon», den första raden åt höger och efter vändning över sin 45° den andra åt vänster. *Josef Andersson*

Uppgift 1861, Elementa 36 (1953) 292

har av signaturen *N. J.* generaliserats för ett system av $n>4$ punkter. Han påpekar följande »omvändning»: *Ett punktsystem* (A_i), $i=1,\ldots,n$, *måste ligga på (åtminstone) en klotyta för att det skall finnas en punkt* P *så belägen, att avstånden* A_iG_i, $i=1,\ldots,n$, *alla äro lika, när* G_i *är tyngdpunkten i det system, som bildas av* P *och alla punkter i* (A_i) *utom* A_i. Beviset kan föras med enkla likställighetsbetraktelser eller med samma vektorräkning som l. c., då man genast finner, att klotytans centrum O är tyngdpunkten i systemet (P, A_i), $i=1,\ldots,n$. Betecknas nämligen vektorerna $\overline{\omega A_i}$, $\overline{\omega P}$, där ω är ett origo, med $\bar{a}_i$, $\bar{p}$ resp., får man med $\bar{s}=\Sigma\bar{a}_i$, att $(\bar{s}-\bar{a}_i+\bar{p}):n-a_i$, $i=1,\ldots,n$, alla skola ha samma absoluta belopp. Således ha även $(\bar{s}+\bar{p}):(n+1)-\bar{a}_i$ alla samma absoluta belopp, v. s. b. Är (A_i) plant, ligger det på en cirkel och O kan vara en godtycklig punkt på denna cirkels axel o (d. ä. normalen mot cirkelns plan i centrum), varför orten för P är en med o parallell (eller sammanfallande) linje p. Hit kan fallet $n=3$ föras. Då råkar p triangelns plan i ortocentrums symmetripunkt med avseende på centrum i cirkeln $A_1A_2A_3$. För $n=2$ är P en godtycklig punkt i mittnormalplanet till A_1A_2. Andra lineära (A_i) finnas icke med önskad egenskap.

Likspänningsaggregat

Vidstående schema visar ett litet spänningsaggregat utan yttre strömtillförsel, lämpat bl. a. för drift av den i Elementa *36* (1953) 265 beskrivna kontinuerliga dimmkammaren. *A* är en liten transfromator (lågfrekvenstransformator för radio, omsättningsförhållande 1:6), *B* och *C* ett par selenlikriktarestavar samt *D* och *E* ett par kondensatorer om några mikrofarads kapacitet. De senare böra vara av bästa möjliga kvalitet. *G* och *H* äro ett par genomslagssäkra radiomotstånd om någon megaohm vardera. Ingående växelspänning lämnas av en 4-magneters telefoninduktor *K*, och likspänning tages ut via en vanlig belysningskontakt *I*. *F* är en av fjädrande bladkontakter tillverkad dubbel brytare, som styres av induktorns automatiska omkopplare. Kretsen slutes först när induktorveven vrides runt, och härigenom hindras urladdning av kondensatorerna genom tillbakaläckning genom likriktarna. En apparat som utförts efter detta schema ger efter 20 varvs snabb kringvridning av veven en utgående kondensatorladdningsspänning av drygt 1200 volt, och några hundratal volts spänning kvarstår ännu efter flera dygn. De laddade kondensatorerna äro farliga att vidröra, men yttre anslutna delar kunna utan fara beröras.



Erforderliga detaljer för apparatbygget — delvis kasserade sådana — kunna i allmänhet fås till billigt pris i radioverkstäder resp. hos telegrafverket. De dyrbaraste delarna äro likriktarestavarna, vilka äro uppbyggda av ett stort antal seriekopplade likriktareskivor, inlagda i ett isolerande hölje. De måste kunna spärra mot en spänning, motsvarande dubbla den av transformatorn lämnade toppspänningen. (Lämplig likriktaretyp är i detta fall AEG, typ E 106/50 med spärrspänning 1250 V och tillåten strömbelastning 25 mA. Pris per st. kr. 11:90.) Som apparatlåda kan en liten billig väskbox av hårdpapp användas.

Liknande anordningar kunna byggas med användande av radiotransformatorer avsedda för nätanslutning. Kopplingen kan på känt

sätt variersa med hänsyn till transformatortypen (halv- eller helvågslikriktning etc.). Fordras högre spärrspänning, kunna flera likriktarestavar seriekopplas. Nätanslutna aggregat böra förses med smältsäkring på ingångssidan, och apparatlådan bör utföras av icke brännbart material. *T. Wilner*

Belysningsanordning

Som billig ljuskälla med samlat strålknippe av hög intensitet kan insatsen till en vanlig bilsökarelykta användas. En lämplig sådan av typ »sealed beam», där lampa och innermetalliserad reflektor utgör en sluten enhet av glas (Fabrikat Westinghouse, typ 4515) finnes i handeln till ett pris av kr. 14: 50. Effekt 30 W och driftspänning 6 V. Lampan lämpar sig väl för belysning av dimkammare e. d., däremot ej till sådana optiska försök som fordra mera väldefinierad strålgång.
T. Wilner

Destillerat vatten

innehåller kolsyra, den av vattnets föroreningar, som är svårast att avlägsna och som också är svårast att hålla borta från rent vatten. Det destillerade vattnets svagt sura egenskaper kan man visa i följande demonstrations- eller laborationsförsök. I en stor bägare hälles $^1/_2$ l vatten från vattenledningen och färgas med ca 1 ml Yamadas indikator. Stockholms ledningsvatten ger tydligt blå färg (pH ca 7,5—8). I en annan bägare tages lika mycket destillerat vatten, som färgas med samma indikator. Färgen blir gulgrön till gul beroende på vattnets kolsyrahalt. På två sätt kan man nu neutralisera det alkaliska vattenledningsvattnet, genom att till hälften därav sätta destillerat vatten och genom att i den andra hälften blåsa in utandningsluft.
E. Löwenhamn

Magnetiska egenskaper hos olika järnsorter

En remsa av transformatorplåt (eller oket till en isärtagbar transformator) hålles i det jordmagnetiska fältets riktning och närmast till en kompassnål. Nedre änden befinnes vara Npol. Om den övre änden vändes nedåt, blir den Npol genom ommagnetisering i det jordmagnetiska fältet.

Försöket upprepas med en remsa av vanlig järnplåt. Här inträffar i regel ej ommagnetisering (remanens). Om man medan remsan hålles i fältets riktning ger den ett hammarslag i längdriktningen, ommagnetiseras den. En ståndare till ett bunsenstativ brukar också passa för detta försök.

Samma försök göres med ett bågfilsblad eller en grov urfjäder (vanlig fil). Här kan det svaga jordmagnetiska fältet ej åstadkomma polbyte.

Har man använt tre remsor med ungefär samma dimensioner, kan man linda in dem i papper eller ett tygstycke för värmeisolering och placera dem i en spole, som matas med tillräckligt stak växelström. Efter några minuter tagas de ut, och man kan med handen konstatera uppvärmningen, som i första fallet knappast är märkbar, i det andra mycket tydlig och i det sista fallet avsevärd. Virvelströmmar bidra givetvis till uppvärmningen men ej så mycket, om proven ha liten genomskärningsyta. *E. Löwenhamn*

Aktuellt

Svenska Teknologföreningen utdelar rikspremier

Svenska Teknologföreningen har vid slutet av vårterminen 1954 utdelat *rikspremier,* ett på 500 kr., ett på 200 kr. och ett på 100 kr., för »utmärkt väl genomförd behandling av vissa skriftliga uppgifter i matematik och fysik i studentexamen».

Tävlan om rikspremierna stod öppen för alla examinander, vilka första gången deltogo i studentexamen och därvid deltogo i vårens skrivningar i matematik, allmän kurs och specialkurs, samt fysik, dock icke privatister eller lärjungar från de tekniska läroverken. Meddelanden om rikspremierna distribuerades före skrivningarna till rektorerna vid alla läroverk, från vilka tävlande kunde komma i fråga.

Bestyrkta avskrifter av lösningarna (incl. rättelser) till uppgifterna nr 8, allm. kurs, nr 7, specialkurs, och (denna gång) nr 2 i fysik skulle insändas till Teknologföreningen senast den 10 april (numret på fysikuppgiften offentliggjordes först efter skrivningen i fysik).

En nämnd, bestående av lektor E. A. Knave samt adjunkterna K. M. von Proschwitz och S. E. Wetterwik, samtliga i Stockholm, fick i uppdrag att granska de 18 tävlandes lösningar. Till tävlan anmäldes fem från Stockholm och en från vardera: Borås, Enköping, Göteborg, Halmstad, Karlskoga, Karlstad, Kristinehamn, Landskrona, Lund, Ludvika, Norrköping, Nässjö, Skellefteå — alla manliga; sex hade tre A, intet betyg var lägre än a.

Vid bedömningen skulle hänsyn tagas till »graden av matematisk mognad, förmåga av översikt samt klar och elegant framställningskonst, liksom beträffande den fysikaliska lösningen till graden av fysikaliskt skolat omdöme». Den formella framställningen skulle vara klanderfri.

Den grupp av lösningar, som nämnden ställde främst, hade insänts av Jaak Petre, Lunds Katedralskola, därnäst kom Jan-Erik Roos, hal i Halmstad, och Lennart Grahm, komm. gymn. i Nässjö, samtliga 19-

åringar. Premierna tillställdes resp. rektorsämbeten för utdelning vid vårterminsavslutningarna.

Svenska Teknologföreningen har genom denna sin frikostighet, som torde komma att bli årligen återkommande, givit ett vackert och talande bevis på sitt intresse för två skolämnen, som äro den tekniska utbildningens grundstenar. Det måste glädja denna tidskrifts läsare, att framstående kunskaper i de matematisk-naturvetenskapliga ämnena på detta sätt hedras under former, som rikta allmän uppmärksamhet på dessa ämnens stora betydelse.

Einar Wetterwik

Den andra nordiska kongressen för lärare i matematik, fysik och kemi

anordnades i Århus, Danmark den 3—6 augusti 1954. Deltagareantalet var 365 med 69 från Finland, 3 från Island, 48 från Norge, 73 från Sverige och resten från Danmark. Århus universitet hade generöst ställt sina auditorier och övriga lokaler till kongressens förfogande, och det relativt nya universitetets moderna men homogena byggnader visade sig vara en ypperlig ram till kongressen.

Kongressen inleddes den 3 augusti med öppningsmöte, där Århusuniversitetets rektor, Professor P. Skautrup hälsade välkommen och undervisningsministern Julius Bomholt förklarade kongressen öppnad. En rad hälsningstal höllos, av undervisningsinspektören A. Højberg-Christensen, ordf. i Gymnasieskolernes Lærerforening lektor W. F. Hellner samt av representanter för de nordiska länderna: för Finland skolrådet Viljo Laine, för Island rektor Sveinn Thordarsson, för Norge rektor Agvald Gjelsvik och för Sverige lektor Ernst Knave. Öppningshögtidligheten avslutades med ett högintressant föredrag av professor Niels Bohr.

Sedan följde en mottagning av staden Århus i dess nya, frejdigt moderna rådhus, där kongressen hälsades av stadens borgmästare, S. Unmack Larsen. Förfriskningar av olika slag serverades och möjlighet gavs att vandra igenom byggnaderna ända upp till den översta tornterrassen med dess storartade utsikt över staden och bygden.

Eftermiddagsprogrammet upptog en diskussion, gemensam för alla kongressdeltagarna, över ämnet: »Områder inden for fysik-, kemi- og matematikundervisningen, hvor et samarbejde er muligt og naturligt.» Inledare voro rektor P. Rubinstein och lektor M. Pihl från Danmark.

Onsdagens förhandlingar inleddes med ett föredrag av professor Jakob Nielsen över ämnet: »Det internationale samarbejde inden for naturvidenskaberne.» Härefter uppdelade sig kongressen på två sektioner, den fysisk-kemiska och den matematiska. I den förra gav profes-

sorn i fysik vid Århusuniversitetet S. Werner en historisk framställning av de stora fruktbärande idéerna inom fysiken, och professorn i kemi, Hakon Lund, Århus visade en rad ytterst intressanta och elegant genomförda kemiska demonstrationer. Parallellt härmed bjöd den matematiska sektionen på ett föredrag av rektor P. Rubinstein, Danmark, över ämnet: »En metode for indføring af logaritmer i realklassen», och av rektor A. Gjelsvik, Norge om: »Eksamensoppgåver og undervisning».

På eftermiddagen samlades alla deltagarna till en buss-utflykt till det vackra Mols och till den lilla idyllen Æbeltoft med dess miniatyrrådhus.

Torsdagen blev den hårdaste arbetsdagen. Programmet för fysik-kemi- sektionen innehöll ett mycket uppskattat föredrag av lektor J. O. Ögrim och amanuens J. H. Ormestad om: »Popularisering i fysikken». Lektor O. Lundqvist, Lund, talade om och demonstrerade: »Geometriska avbildningsfel hos linser», ett elegant föredrag, vars värde förhöjdes därigenom, att »Elementa» till alla kongressdeltagarna överlämnade ett särtryck av föredraget (se detta häfte sid. 149). Efter en paus med kaffeservering i universitetets kantin, höll lektor E. Rancke Madsen föredrag om: »Titreranalysens princip og metoder». Efter frukosten, även serverad i kantinen, kom en lång rad demonstrationer i fysik och kemi med lektor Knave, ingenjör Lindholm och lektor Gustaver som representanter för Sverige och lektor C. V. Henrichsen och lektor F. Hjerting som representanter för Danmark. Under samma tid bjöd den matematiska sektionen på en rad intressanta föredrag, av skolrådet Viljo O. Laine, Finland, om: »Försöken att förnya geometriundervisningen i Finland», av professor A. F. Andersen, Danmark; »Om nøjagtighedsbestræbelser i den danske gymnasieundervisning i matematik» samt av prof. S. Bundgaard, Danmark, om: »Nyere betragtninger vedrørende grænseovergang.» Sektionen hann dessutom med ett besök på Aarhus Oliefabrik.

Senare på eftermiddagen samlades alla kongressdeltagarna till en stor diskussion över ämnet: »Hur långt efter den vetenskapliga utvecklingen får skolans undervisning i fysik och kemi vara»? Inledare voro professorerna S. v. Friesen, Lund och Cyrill Brosset, Göteborg, som företrädde universitetens synpunkter. Skolans synpunkter framfördes av lektorerna Knave och Gustaver och därjämte av en rad talare från olika nationer.

Dagen avslutades med den stora kongressmiddagen på restaurang Varna, synnerligen vackert belägen vid stranden, söder om Århus. Salen, som fylldes av kongressen med dess gäster, över 400 deltagare, gjorde ett festligt intryck och även middagen var festlig med en rad eleganta tal. De nordiska nationernas tack framfördes av den

norske rektorn Agvald Gjelsvik, och lektor Gustaver inbjöd till kongress i Sverige om tre år.

Fredagen var kongressens sista dag. Programmet för den fysisk-kemiska sektionen upptog ett föredrag av lektor, dr. phil. M. Pihl om: »Den statistiske fysiks grundlag» och av observator Axel W. Nielsen om »Ole Rømer», under det att den matematiska sektionen bjöds på en fortsättning av prof. Bundgaards föredrag från torsdagen och dessutom ett av överlärare, fil. dr. Inkeri Simola, Finland: »Historiska synpunkter i samband med matematikundervisningen.»

Kongressen avslutades under värdiga men dock gemytliga former i samband med en lunch på hotell Royal. En rundvandring under sakkunnig ledning genom Aarhus Oliefabriks imponerande anläggningar, som den fysisk-kemiska sektionen företog, blev kongressens sista programpunkt.

Kongressledningen hade som en avrundning anordnat en resa genom några av Danmarks vackraste och historiskt intressantaste trakter. Ett åttiotal deltagare hade anmält sig, och de fingo uppleva en minnesrik resa, lyckad i allt utom i fråga om vädret. Resan innehöll många höjdpunkter, men fråga är väl, om icke storkarna i Ribe, skansarna i Dybböl och vikingahuset i Trelleborg tilldrogo sig det största intresset. Resans värde och behag ökades i hög grad genom de tre spirituella och kunniga reseledarna, lektorerna K. G. Hansen, Melchior Larsen och E. Nordahl-Svendsen, som vi blevo mycken tack skyldiga. Resan avslutades med en middag på Tivoli i Köpenhamn.

Kongressens eftermäle är det bästa. Organisationen var perfekt, föredrag och demonstrationer av högsta klass och gästfriheten storartad. Kongressen gav impulser och den gav möjligheter till personliga vänskapsförbindelser över gränserna. Detta sista är icke det minst viktiga.

Arvid Leide

En fortbildningskurs för fysik- och kemilärare

hölls vid Statens Provningsanstalt i Stockholm 14—24 juni i år. Kursen var anordnad av Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning, och kursledare för de 15 deltagande lärarna var lektor Ernst Knave. Initiativtagare till kursen var lektor Bror Gustaver.

Provningsanstaltens chef, överdirektör O. Forsman, hälsade första dagen kursdeltagarna välkomna och gav en orientering om Statens provningsanstalts historia och nuvarande verksamhet. Resten av dagen ägnades åt en rundvandring under sakkunnig ledning på de fem olika avdelningarna: mekaniska, byggnadstekniska, elektriskt-fysikaliska, bergskemiska och kemisk-tekniska. (En utförlig redogörelse för Statens Provningsanstalt och dess verksamhet finnes i Elementa 27, 79, 1944).

Av de återstående nio arbetsdagarna inleddes fem med föreläsningar av ingenjörerna K. G. Olsson, P. O. Jonsson, H. Weibull, S. Köhler samt lic. K. F. Landén. Övrig tid ägnades åt praktiskt arbete på de olika avdelningarna i grupper med två kursdeltagare i varje grupp. Följande laborationer utfördes: Fiberanalys, destillation av bergolja, viskositetsbestämning, bestämning av »Free swelling index of coal», best. av flyktiga ämnen i stenkol, hysteres, radiatorers värmeavgivning, värmeledningsförmåga enl. Christiansen, funktionsprovning av hushållsdammsugare, best. av kopparhalten i ett mineral samt vattnets hårdhetsgrad medelst versenat, dragprov, hållfasthetsprov och slagprov, best. av effekten hos en mopedmotor, metallografiska undersökningar samt härdning av stål. Vidare ägnades en dag åt att följa de pågående arbetena på byggnadstekniska avdelningen.

Det blev under kursens gång ganska snart klart hur utomordentligt värdefullt det var med denna kontakt med praktisk tillämpad fysik och kemi. Inblick i nya analysmetoder, uppslag till laborationer, kännedom om nya instrument och mätmetoder, en nyvunnen kunskap om många gränsområden till fysiken och kemien och mycket annat gjorde, att vi kursdeltagare känna en djup tacksamhet mot dem, som arrangerat kursen. Vårt tack rikta vi även till ledningen för Statens Provningsanstalt samt till de ingenjörer, som ledde laborationer och demonstrationer och som alltid visade sig mycket tillmötesgående. Det är att hoppas, att Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning även i fortsättningen med liknande kurser skall bereda fysik- och kemilärare möjlighet till fortbildning under samma angenäma former och med lika värdefullt innehåll som denna gång.

Åke Madebrink

Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst

En stor svårighet vid undervisningen i naturvetenskapliga och angränsande ämnen är att hålla denna aktuell. Utvecklingen inom naturvetenskap och teknik är så snabb, att en lärare för att kunna ge eleverna korrekta och tidsenliga anknytningar till dagens verklighet knappast kan lita till läroböcker och övrig litteratur, än mindre stödja sig på det stoff han fått under sin universitetsutbildning.

Aktualitet i undervisningen är dock något, som måste anses i högsta grad eftersträvansvärd både för det värde, som en i fråga om fakta korrekt undervisning har i sig och för eleverna och för det liv och intresse, som ett stoff vinner på anknytningar till elevernas egen omvärld. Med hänsyn till detta måste de kurser som Industriens Upplysningstjänst årligen sedan nio år ordnar mottas med största tillfredsställelse.

Sommarens kurs (16—22 juni 1954) var anordnad för geografi- och kemilärare och avsåg ett studium under en vecka av representativa småländska industrier.[1] De företag som besöktes var Kalmar läns slakterier, AB Kalmar Chokladfabrik, Oskarshamns Varv, Jungnerbolaget i Oskarshamn, Orrefors glasbruk, HSB:s snickerifabrik i Nässjö, Svenska Möbelfabrikerna i Bodafors, Husqvarna Borstfabrik, Jönköpings Vestra Tändsticksfabrik och Husqvarna Vapenfabrik. En mellanliggande söndag ägnades åt geografisk-geologiska studier i norra Småland. En del av besöken hade mera kemisk karaktär och andra var av mera ekonomiskt-geografiskt intresse. Avvägningen var väl gjord, så att både kemister och geografer hade behållning av varje besök. Dessa var f. ö. upplagda, så att även flera andra intresseriktningar kunde tillgodoses, och under resans gång hade man möjlighet att ägna studier åt matematiska, fysikaliska, biologiska, historiska, medicinska och konstnärliga synpunkter på dessa olika industrier.

Möjligen kan sägas att denna mångfald hindrade t. ex. kemisterna att tränga in djupare i de kemiska detaljfrågorna och att ett program uteslutande för kemister skulle ha givit större utbyte för undervisningen i detta ämne. Gentemot detta kan dock anföras att undervisningens bredd i anknytningen till industriens användning av material och processer är viktigare än djupet i penetreringen av detaljer i dessa materials sammansättning, framställning och användning samt huvud- och delreaktioner under processerna.

Några exempel må antyda studiebesökens anknytning till undervisningen. Den moderna legeringstekniken tas i hög grad i svetsteknikens tjänst. Grundämnen, som tidigare ansågs helt betydelselösa har i detta sammanhang fått viktiga tekniska användningar. Olika tillsatser ger svetsfogarna olika egenskaper, t. ex. beständighet mot saltvatten- och oljekorrosion, sprickbeständighet, fyllnadsförmåga och utflytbarhet m. m. Dessa problem belystes t. ex. vid besöket på Oskarshamns Varv.

Plastkemien är ett annat högaktuellt område och dessutom något, som i en praktiskt lagd undervisning numera ej kan försummas, då eleverna i det dagliga livet får att göra med och har nytta av att kunna skilja mellan och bedöma olika plastmaterial. Under resan besöktes konsumenter av halvfabrikat i plast, vilka kunde ge belysning åt just de olika plasttypernas lämplighet för skilda ändamål.

Besöket vid Jungnerbolaget gav en inblick i den kemoelektriska teknikens teori och praktik av långt större räckvidd än vad som enbart rör nickeljärnelementets inre reaktion. Fysikalisk-kemiska frågor som adsorptionsförmåga, reaktionskinetik, den elektriska strömmens

[1] Inbjudan till kursen se Elementas marsh. 1954, s. 42.

värmeverkningar i en elektrolyt, brunstens egenskaper m. m. fick här sin belysning och praktiska anknytning.

I andra sammanhang kunde andra problem ventileras. Ett modernt slakteri som Kalmar läns slakterier är i viss mån en kemisk fabrik i vars laboratorium livsmedelskemi har sin naturliga miljö. Limmen, som användes i trävaruindustrien, ger anledning till en studie över hur den äldre på naturråvaror baserade tekniskt-organiska kemien fått ge vika för moderna syntetiska angrepp på tillämpade problem. Glaskemiens användning av ovanliga oorganiska föreningar för att ge glaset speciella egenskaper kunde studeras vid Orrefors. Att denna gång dock besöket mer ägnades den konstnärliga än den kemiska sidan av industrien i fråga lär dock ingen av deltagarna beklaga.

Lämnar man de rena nyttosynpunkterna, så erbjöd resan varje naturvetenskapligt och tekniskt intresserad person mycket av intresse. De moderna kylanläggningarna i Kalmar slakteri, tillvaratagandet av hypofysen på grisarna där, bearbetning av chokladråvara i Kalmar chokladfabrik, tillblivelsen av ett tankfartyg vid ostkustens största varv, moderna träbearbetningsmaskiner, råmaterial till olika typer av borstar och de sinnrika maskiner, som mångdubbelt snabbare än människohänder tillverkar olika typer av industri- och hushållsborstar, den världsberömda tändstickans och tändsticksaskens utformning, Husqvarna motorcyklar, mopeder, cyklar, symaskiner, älgstudsare, spisar och koleldade strykjärn, försedda med skorsten att användas av invånare i Afrika, metallegeringen i gjuteriet och den mekaniska bearbetningen till ett elegant bruksföremål är exempel på intryck från resan, vilka ger en bakgrund och ett mål åt naturvetarens strävanden i skolan.

Den generella planeringen var ett industribesök på förmiddagen och ett på eftermiddagen med inledande eller avslutande föredrag eller anföranden och ibland beledsagade av film eller annan åskådningsmateriel allt enligt vederbörande industris uppläggning.

Kursdeltagarna känner sig djupt tacksamma mot svensk industri, som genom Upplysningstjänsten ställt medel till förfogande för denna kurs. Ett varmt tack riktas också till den utmärkta ledningen, rektor Erik Eklund och hans sekreterare fru Eivor Hederström för väl planerad och väl genomförd resa.

Elsa Hambræus

Bokanmälningar

F. Bowman, *Introduction to Elliptic Funktions with Applications*, English Universities Press Ltd., London Pp. 113 12 S. 6d. net.

Föreliggande bok syftar till att ge en inledning i teorin för och användningen av Jacobis elliptiska funktioner; däremot behandlas inte Weierstrass' elliptiska funktioner. Boken innehåller först något om elliptiska funktioner och elliptiska integraler inom det reella området med enkla tillämpningar. Sedan definieras de elliptiska funktionerna för komplex variabel, och i samband härmed studeras några konforma avbildningar som dessa funktioner leder till. Avbildningarna tillämpas sedan på plana problem inom potentialteorin och hydromekaniken (strömningsproblem). Ett av slutkapitlen handlar om, hur man återför en given integral på elliptiska integraler.

Boken är välskriven och elementärt hållen (den förutsätter ett minimum av kunskaper inom teorin för funktioner av en komplex variabel) och innehåller många genomräknade exempel. Dessutom finnes ett 150-tal övningsexempel. Den bör vara lämplig som en inledning till teorin för elliptiska funktioner för den tillämpande matematikern.

Hans Riesel

Hollis R. Cooley, *First Course in Calculus*. John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1954, Pp. 643, $ 6.00.

Detta är en lärobok i differential- och integralkalkyl avsedd att tjäna som en lättfattlig introduktion i ämnet. Den är grupperad kring de klassiska problemen att konstruera tangenter till en kurva samt att beräkna den av en sluten kurva omslutna ytan. I anslutning härtill behandlas teorin för gränsvärden, oändliga serier, analytisk geometri i planet och rummet samt diverse tillämpningar. I bokens nio första kapitel behandlas endast rationella funktioner. Därefter införes de vanliga transcendenta funktionerna, logaritmfunktionen via integraldefinitionen. Boken motsvarar varken i bredd eller djup fordringarna vid svenska universitet och högskolor utan är avsedd för självstudier på college-stadiet. Framställningen är därför synnerligen utförlig och kryddad med ett stort antal genomräknade exempel. Rigorös är den i den mån det är möjligt på detta stadium. Läsaren hänvisas på en del punkter till Courants välkända bok. Boken torde vara lämplig att sätta i händerna på en intresserad gymnasist i högsta ringarna.

Lennart Råde

JOS. E. HOFMANN, *Geschichte der Mathematik.* Erster Teil (Sammlung Göschen Band 226), Walter de Gruyter, Berlin 1953, 200 S., DM 2.80.

Detta nummer i Göschenserien har tidigare burits av Sturms och första delen av Wieleitners arbeten med samma titel. Den tredje författaren är väl kvalificerad för sitt värv genom egna forskningar inom området. Det som kanske först slår läsaren är rikedomen på fakta i den lilla boken och den utmärkta bibliografien. Litteraturhänvisningar finnas avdelning för avdelning i texten, de kompletteras i namnregistret och äro överallt tillräckligt utförliga för att möjliggöra efterforskning på bibliotek.

Matematiken uppfattas som en kulturfaktor i växelverkan med andra, som därför också vidröras. Så läser man sakrika exposéer av t. ex. humanismen, kristendom — »hednisk» filosofi, och anträffar bland citerade författare Boccaccio och Tertullianus, vilka veterligen ej bidragit till utökningen av det specifikt matematiska teorembeståndet. När denna matematikens historia föreligger färdig, kommer den att vara en utomordentligt rikhaltig, pålitlig och ändock lätt överkomlig hjälpreda för en var, som önskar veta »wie es eigentlich gewesen ist» med denna vetenskap under dess långa utveckling.

Josef Andersson

JOHANNES SPOEREL, *Mathematik von der Schule zur Hochschule.* Walter de Gruyter & Co, Berlin 1954, 210 S., DM 16:—.

Boken åsyftar att underlätta övergången från gymnasiets problemlösning och »korvstoppning» till det mera teoretiska och självständiga studiesättet vid högskolan. Den har därför ej karaktären av en lärobok med systematisk behandling av ett avsnitt ur matematiken, och den kan alltså ej ersätta någon dylik lärobok. Däremot bör den ha en viktig uppgift att fylla som bredvidläsning och rekommenderas därvidlag varmt för blivande och nyblivna högskolestuderande och för matematiskt intresserade gymnasieelever, även sådana å tekniskt gymnasium. Boken sysslar rätt mycket med formella algebraiska räkningar, med det elementära funktionsbegreppet och med komplexa tal. Dessa delar av boken kan med fördel läsas redan före det egentliga högskolestudiet. Dessutom sysslar den med determinanter och vektorer; därvidlag gör man nog klokt att vänta, tills man i annat sammanhang kommit i kontakt med dessa begrepp. Boken bör alltså icke studeras så, att man söker penetrera den från pärm till pärm, däremot är den både rolig och nyttig, om man som avkoppling till studiet av en mera systematisk lärobok läser ett litet avsnitt av densamma och löser tillhörande övningsexempel.

Fullt medvetet begränsar sig författaren starkt. Sålunda förekom-

mer ytterst litet om andragradskurvornas analytiska geometri, likaså om samband mellan rötter och koefficienter, och han är originell nog att söka undvika begreppet gränsvärde. Framställningen av potenser och logaritmer blir nog därigenom litet mindre elegant. Ett antal övningsuppgifter att självständigt lösas av den studerande skulle ha varit ett positivt tillskott. Men boken är inspirerande genom de inblickar i viktiga matematiska begrepp och tankegångar den ger genom lämpligt valda enkla exempel. *Viktor Bergström*

Hj. Nilsson—F. Wigforss, *Geometri och planimetri.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1954, 152 s., kr. 12: 50.

Denna lärobok är den tredje delen i författarnas serie »Matematikens element». Den är närmast avsedd att användas vid matematikundervisningen i folkskoleseminarierna, vars kurs i geometri och planimetri den omfattar med bred marginal.

Framställningen bygger på realskolans kurs, men de viktigaste resultaten i Euklides' fyra första böcker finns ändå med, insprängda på lämpliga ställen. Denna repetition är ju nödvändig, och man skulle t. o. m. velat ha mera av samma slag, t. ex. beviset för att medelpunktsvinkeln är dubbelt så stor som periferivinkeln på samma båge, som enligt min och andras erfarenhet utgör en ständigt lika obesvarad fråga vid inträdesproven till seminarium, eller varför inte en förteckning över geometriens fundament, axiomen?

Förutom sådana obligatoriska kapitel som »Satser om den rätvinkliga triangeln» och »Likformighet» finns det två mera originella avdelningar. Den ena är »Problem om det kortaste avståndet». Där behandlas bl. a. geodetiska linjer och naturens sätt att lösa problemen om ljusets reflexion och brytning (Herons och Fermats principer). Den andra heter »Geometri och logik» och ger exempel på förrädiska situationer, som kan uppträda vid omvända satser, negativa satser, cirkelbevis osv. Parallellaxiomet och den icke-euklideiska geometrien omnämnes också. Dessa kapitel är goda prov på författarnas lediga framställningskonst med dess talrika anknytningar till närliggande ämnen och till matematikens historiska utveckling. På ett mera påtagligt sätt än i den föregående delen, Algebra I, (se Elementa *36*, 279, 1953), har denna framställningskonst här resulterat i en uppslagsrik och underhållande lärobok.

De flesta människor tycker som bekant illa om Euklides. Kanske skulle en del av denna kompakta majoritet fått en vänligare inställning till den alexandrinske geometern, om de lärt känna honom, ej iklädd logikens stärkskjorta och frack, utan i stället den mera löst sittande kavajkostym, vari denne skolbarnens förmente fiende nr 1 presenteras av förf. till »Geometri och planimetri». *Tord Hall*

Cyrus Colton MacDuffee, *Theory of Equations.* John Wiley & Sons, Inc., New York 1954, Pp. 120, $ 3.75.

Föreliggande bok behandlar den elementära ekvationsteorin och algebran. Boken är indelad i följande kapitel: 1. Lineära ekvationssystem (som behandlas utan determinanter). 2. Rationella lösningar (Euklides' algoritm, Newtons metod m. m.). 3. Polynom (med något om ringar och kroppar). 4. Reella rötter (grafiska metoder, Sturms kedjor, Newtons approximationsmetod, Hornerschemat). 5. Komplexa rötter (med inledning om komplexa tal). 6. Symmetriska funktioner (skiss av bevis för fundamentalsatsen, Newtons formler). 7. Ekvationssystem av högre grad (kortfattad eliminationsteori).

Boken är lättläst, delvis beroende på att många bevis genomföras på enkla specialfall med en anmärkning om att metoden är generell. Typografin är överskådlig och många genomarbetade exempel finnas. Dessutom finnas en del övningsexempel med svar.

Boken är tänkt som en grundkurs i algebra och lämpar sig troligen även för ändamålet, om den kompletteras med muntlig undervisning. Enligt anmälarens mening innehåller den för litet om komplexa tal (endast ca 10 sidor) för att lämpa sig som kursbok vid de svenska universiteten. Möjligen kunna valda delar utnyttjas som uppgifter för enskilt arbete i gymnasiet. *Hans Riesel*

Henri Milloux, *Principes. Méthodes générales.* Fascicule I (avec la collaboration de C. Pisot). Ingår i »Traité de théorie des fonctions publié sous la direction de G. Julia». Gauthier-Villars, Paris 1953, vii+300 p., 4500 fr.

Detta är första delen i en ny serie, som planlagts av G. Julia och G. Valiron. Serien skall ge en behandling av teorin för funktioner av en komplex variabel förande fram till de aktuella problemställningarna.

I ett inledande kapitel ges det nödvändigaste om mängder, kurvor, kontinuitet och integraler, i allmänhet utan bevis. De analytiska funktionerna införes med den entydiga derivatan och därefter följer lineära transformationer, elementära funktioner och det enklaste om konform avbildning. Efter Cauchys satser och maximumprincipen studeras Schwarzs lemma med generalisationer. Ett kapitel är ägnat nollställen, poler, residuer och Jensens formel. I samband med studiet av funktionsfamiljer bevisas Riemanns avbildningssats. Det näst sista kapitlet behandlar representationsformler och analytisk fortsättning. Där finns avsnitt om Laplacetransformer och Dirichletserier. Slutkapitlet ägnas elliptiska integraler, Schwarzs speglingsprincip och Picards sats jämte besläktade problem.

Det är som synes en traditionell uppläggning, dock med någon uppfriskning här och där. Boken är klart skriven och till lättlästheten bidrar de introducerande avsnitt, som inleder kapitlen. Tyvärr är boken fattig på exempel; övningsexempel saknas helt, och fler exempel i texten skulle säkerligen ha varit läsaren till hjälp.

Tord Ganelius

C. M. Focken, *Dimensional Methods and Their Applications.* Edward Arnold & Co. London 1953, Pp. 224, 30 s. net.

En fysikalisk storhets dimension anses ofta på något sätt karakterisera storhetens innersta natur, och vissa dimensioner anses vara fundamentala. Enligt författaren måste denna uppfattning överges. Dimensionsbetraktelser är emellertid värdefulla, och den önskvärda fasta grunden för dessa kan nås genom att dimensionsbegreppet förknippas med mätmetoden och talvärdet för storheten. En fördelning på fundamentala och härledda dimensioner är godtycklig, men det är ofta praktiskt att anse vissa dimensioner fundamentala.

I den egentliga dimensionsanalysen ingår Buckinghams berömda pi-teorem och en redogörelse för begreppet likformighet vid fysikaliska system. Olika storheters dimension diskuteras, bl. a. elektromagnetiska, varvid den moderna uppfattningen av B som magnetisk fältstyrka berörs, men ej nog poängteras. Mer än hälften av boken ägnas åt fysikaliska och tekniska tillämpningar, många intresseväckande, t. ex. detaljerade beskrivningar av utförda modellexperiment.

Boken ger en något överdriven bild av dimensionsmetodernas möjlighet att leda till nya resultat, största värdet ligger kanske i möjligheten till behärskande av modellagarna och till rationellt planerande av experiment genom lämpligt variabelval. Den är emellertid av stort intresse för fysiker och ingenjörer och innehåller rikliga litteraturhänvisningar. På enstaka ställen i boken förutsättes någon kunskap om lineära ekvationssystem och partiella derivator.

Stig Lundquist

Joseph Pérès, *Mécanique générale.* Masson et Cie, Paris 1953, IV+ 408 p., häftad 2110 fr., inbunden 2545 fr.

Denna eleganta framställning av mekanikens principer är ej avsedd för nybörjare. Den är inte heller en handledning i problemlösning och praktisk användning. Sådana synpunkter ha sparats till ett kommande band.

Det förutsättes, att läsaren har de solida förkunskaper, som en fransk studentexamen och ett propedeutiskt år ge. Sålunda förutsättes Coriolis' teorem som bekant.

En svensk bör inte försöka läsa den som första bok i mekanik, men har han en gång läst sin AB-kurs, så blir det en utmärkt repetition att läsa denna till innehållet utvidgade men till formen knappa framställning. Han kommer att betagas av den franska klarheten.

Till det, som går utöver de svenska kurserna, hör Paul Appells ekvationer, som ej synas vara så bekanta utanför Frankrike, som de förtjäna. Dessa påminna något om Lagranges ekvationer, men på den plats, som hastigheten intar i dessa, träder i stället accelerationen in.

Som brukligt i Frankrike framställes mekaniken som ett stycke använd matematik. Detta medför att de fysikaliska synpunkterna ha fått träda i bakgrunden.

Boken omfattar följande avsnitt: Klassiska mekanikens principer fotade på kraftekvation och momentekvation. Lagen om verkan och motverkan kommer som ett bevisat teorem. — De stela kropparnas mekanik. Denna teoris begränsning. — Arbete. Virtuella arbetets princip. — Studium av en fundamental differentialekvation i mekaniken. — Materiella punktens dynamik. — Klassiska problem beträffande stela kroppens mekanik — Lagranges och Appells ekvationer — Variationsprinciper, kanoniska ekvationer — Rörelser, som bero på ett system linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter, gyroskop — Stöt — Böjliga trådar och elastiska stänger, vätsketryck.

Man kan instämma med läroboksförfattaren J. L. Synge i »Applied Mechanics Reviews», då han om boken säger: »In the opinion of the reviewer, this is probably the most useful book available in this traditional field of mechanics, particularly for the reader interested in the mathematical structure of the subject. It is clearly written and easy to read, but the amount of detail is surprising in a single volume.»

Hilding Faxén

M. Rauscher, *Introduction to Aeronautical Dynamics.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1953, Pp. 664, $ 12.00.

Författaren, som efter en mångårig lärargärning vid Massachusetts Institute of Technology numera är verksam vid tekniska högskolan i Zürich, har skrivit föreliggande arbete såsom en elementär inledning till flygtekniska studier. Det bygger på författarens föreläsningar för »juniors» vid M. I. T. och förutsätter blott elementära kunskaper i mekanik och matematik. Åtskilliga matematiska hjälpmedel presenteras efterhand som de behövas, t. ex. vektoranalys, konform avbildning, Fourier-serier och teorien för system av linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter.

Boken behandlar väsentligen två skilda ämnen, nämligen å ena sidan partiklars och stela kroppars mekanik, å andra sidan klassisk hydromekanik. Framställningen förtjänar epitetet *flygteknisk* främst

genom att urvalet av material inriktas på sådant, som kan förväntas vara av intresse inom flygtekniken, och genom att tillämpningsexemplen givits en viss flygteknisk tusch. Däremot behandlar boken endast i ringa utsträckning delar av den egentliga flygmekaniken.

Som exempel på fylligt behandlade delar av speciellt flygtekniskt intresse kunna nämnas en stel kropps kinematik och dynamik, linjära svängningssystem med flera frihetsgrader samt den inkompressibla stationära strömningen kring vingprofiler och bärande linjer. Styvmoderligt behandlade delar äro teorien för bärande ytor, kompressibel strömning i mer än en dimension samt instationär strömning.

Liksom ofta är fallet med amerikanska läroböcker, synes ej heller denna kunna få en mera omfattande användning i svensk undervisning. Den är för omfattande för de tekniska gymnasierna och för elementär för de tekniska högskolorna. Boken har emellertid i två avseenden sådana förtjänster, att den varmt kan rekommenderas till lärare i ämnena mekanik och flygteknik: den är rik på goda tillämpningsexempel och den har ett ypperligt bildmaterial.

Sune Berndt

T. Bjerge, *Elektron- og Atomfysik.* Ejnar Munksgaard, København 1954, 2. ændrede udgave, 217 s., dkr. 22:—.

Första upplagan av professor Bjerges arbete utkom år 1948 och har utförligt recenserats av B. Grundström i Elementa *32* (1949), 221. Föreliggande upplaga skiljer sig från den första bl. a. däri, att det rationaliserade Georgi-systemet användes i stället för c. g. s.-systemet. På de förhållandevis få ställen, där detta medför en ändring av formlernas utseende, angives huru man kan få motsvarande formler i c. g. s.-systemet. Formlerna angives i sådan form, att de kan användas såsom dimensionsekvationer, vilket medfört en omredigering av avsnittet om elektrolytisk ledning. De senaste årens framsteg inom kärnfysiken har beaktats genom en utvidgning av avsnitten om utvinnandet av atomkärnornas energi samt om kosmisk strålning. I det förstnämnda avsnittet beskrives sålunda i korthet principerna för reaktorn, uran- och plutoniumbomben samt vätebomben, ävensom energiutvecklingen i stjärnornas inre. I kapitlet om kosmisk strålning redogöres för höjdstrålningens olika komponenter, de olika slagen mesoner, deras laddning, massa, sönderfall och livslängd ävensom metoder för mesonernas registrering. Likaså behandlas den primära strålningens natur och ursprung samt den kosmiska strålningens utvecklingsförlopp i atmosfären. Boken är utomordentligt trevligt skriven och särskilt lämplig för självstudier, för studerande vid högskolor och för lärare.

Hilding Slätis

ÉMILE DURAND, *Électrostatique et magnétostatique.* Masson & Cie, Paris 1953, 774 p., 6335 fr.

Detta arbete är avsett för ett högre stadium och har till ändamål att utfylla luckan mellan de akademiska läroböckerna i teoretisk fysik och de vetenskapliga specialarbetena. Det vänder sig alltså huvudsakligen till forskare, vars arbetsfält berör de i titeln angivna områdena. Dessa läsare måste visserligen förutsättas ha elementära kunskaper i teoretisk fysik, men teorierna utvecklas ändock från grunden, vilket medför den fördelen, att man kan läsa boken utan att behöva slå i tidigare lästa elementära läroböcker.

Framställningen är synnerligen utförlig och fullständig med ett överflöd av genomräknade tillämpningar. Denna fullständighet medför visserligen, att en nybörjare kan ha svårt att sålla fram de allmänna linjerna och principerna ur det överväldigande materialet, men de mera försigkomna läsare, till vilka boken vänder sig, borde icke ha några större svårigheter i detta avseende.

Boken är i stora drag disponerad på följande sätt: En framställning av den grundläggande teorien för det elektrostatiska fältet i vakuum och i medier (160 s.). En ingående, avancerad behandling av de elektrostatiska kraft- och energiförhållandena i vakuum samt i flytande och fasta medier (100 s.). Kortare avsnitt om piezo-, pyro-, friktions- och Seignette-elektricitet (30 s.). En synnerligen utförlig redogörelse för lösning av potentialproblem med analytiska funktioner, med kroklinjiga koordinater och med numeriska metoder (180 s.). Den grundläggande teorien för det magnetostatiska fältet från stationära strömfördelningar i vakuum och i medier (100 s.). Det magnetostatiska fältets kraft- och energiförhållanden (50 s.). Ferromagnetism och elektromagneter (90 s.). Gyromagnetiska effekter (10 s.). Diskussion av måttsystem (10 s. + tabeller). Diverse tillägg (20 s.).

I boken användes genomgående det rationaliserade MKSA-systemet. Trots detta val av måttsystem gör författaren icke något fanatiskt intryck. Man slipper t. ex. det bland MKSA-frälsta vanliga talet om att valet av måttsystem skulle kunna bidraga till en djupare »förståelse» av naturlagarna, som ju trots allt är oberoende av alla konventioner angående enheter. I detta sammanhang kan påpekas, att den, som vill informera sig angående den i sortdiskussioner ofta ventilerade frågan om utseendet av Coulombs lag i flytande medier, kan finna alla fysikaliska fakta i kapitlen om kraft och energi. Redan inskränkningen till flytande medier visar ju dock, att detta komplicerade problem saknar principiellt intresse. Detta framhäves ännu mer av de ytterligare preciseringar, som man måste göra såväl i det elektriska som i det magnetiska fallet, för att få entydiga resultat.

Givetvis kan man icke på detta sätt avgöra det konventionella valet av enhet för magnetisk polstyrka eller dipolmoment.

Framställningen i boken utmärker sig för den precision och klarhet, som är traditionell i franska läroböcker av denna typ. Formelapparaten manövreras med elegans, vartill bidrar det systematiska utnyttjandet av vektorer. De 850 figurerna är i allmänhet klara och belysande, och särskilt instruktiva är de många fältbilderna till exemplen i potentialteorien.

Det alfabetiska registret, en lista över använda symboler samt rikhaltiga litteraturhänvisningar ökar bokens användbarhet som uppslagsverk, i vilken egenskap den torde ha sin väsentligaste uppgift.

Stig Hjalmars

Walter Gordy—William V. Smith—Ralph F. Trambarulo, *Microwave Spectroscopy.* Structure of Matter Series. Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1953, Pp. xii+446, $ 8.00.

»Mikrovågstekniken har utvecklats kraftigt under kriget, och den torde komma att visa sig vara ett värdefullt verktyg även för den rena fysiken» (Elementa *29*, 175, 1946).

Sedan detta skrevs, har mikrovågstekniken gjort fysiken enorma tjänster, och den »har visat sig vara ett värdefullt verktyg» för flera andra grundvetenskaper, såsom kemi, astronomi, biologi, och för en rad tillämpningsvetenskaper.

Ett »tillämpningsområde», mikrovågsspektroskopien, som är en metod snarare än ett område, öppnades 1945 av ett par små forskargrupper vid Clarendon Laboratory i Oxford, där utrustning och erfarenheter funnos från krigsårens utvecklingsarbete på radar. De första resultaten publicerades 1946. Amerikanerna började därefter med stora teams beta av »området».

Den numera berömde ledaren för den ena av Oxfordgrupperna, dr B. Bleaney, företog hösten 1948 på inbjudan en föreläsningsturné i Sverige. Kort därefter utvidgades den molekylspektroskopiska forskningen vid Stockholms högskolas fysiska institut till att omfatta även mikrovågsområdet (jfr Kosmos *31*, 91, 1953). Mikrovågsspektroskopi har senare upptagits även på andra svenska institutioners forskningsprogram.

Antalet publicerade skrifter i mikrovågsspektroskopi uppgår nu till mer än tusen. Föreliggande amerikanska arbete är den första sammanfattande framställningen i bokform.

Bokens löpande text utgör en förträfflig lärobok. Den aktive forskaren tillgodoses medelst ca 500 referenser avseende experimentella detaljer och teoretiska aspekter, 69 sidor tabeller med spektroskopiska data och 28 sidor årtalsindelad bibliografi över originalpublikationer.

Mikrovågsspektroskopien är på grund av sin mångsidighet exceptionellt väl lämpad som utbildningsområde. »In contrast to many fields of research in chemistry and physics which are narrowing in their influence on the worker, microwave spectroscopy provides a rich and varied background of experience both in its experimental and theoretical aspects, which is excellent training for teaching or for a career in pure or applied research» (citat ur förordet).

Torsten Jönsson

E. J. Bowen—Frank Wokes, *Fluorescence of Solutions*, Longmans, Green & Co., London 1953, Pp. 91, 25 S. net.

På senare tid har luminescensyttringar i allmänhet alltmer uppmärksammats inom vetenskap och teknik. Man kan peka på fluorescensanalysens utomordentligt vidsträckta arbetsområde och lysämnens användning inom belysningstekniken, för television och strålningsindikering m. m. Det är därför rätt naturligt att en hel del litteratur av lärobokstyp kommit ut vid sidan av de större, sammanställande monografierna, som i första hand riktar sig till en läsekrets med djupare grundkunskaper.

Föreliggande bok utgör ett bidrag till orienteringen om lösningars fluorescens och om sättet att mäta denna fluorescens. Dessa ting har både akademiskt och industriellt intresse, och författarna vänder sig till studerande, inriktade på studier i fysikalisk kemi, biokemi, farmakologi eller med dessa läroämnen närstående grenar.

Boken är uppdelad i tio kapitel, av vilka de sex första har teoretisk karaktär. Ljusabsorption och ljusemission vid luminescens och olika faktorer som influerar denna behandlas härvid och åt fluorescens och modern vågmekanik ägnas ett speciellt kapitel på sex sidor. I de efterföljande kapitlen avhandlas praktiska detaljer såsom påvisande av fluorescens, fluorimetrar, och mätmetoder. Denna del torde vara den som ger boken dess egentliga värde. Den orienterar om fotoceller, elektronmultiplikatorer, ljuskällor för fluorimetri, olika ljusfilter och fluorimetrar av skilda system. Bildmaterialet kompletterar åskådligt framställningen.

Som sammanfattning kan sägas, att boken är att hänföra till elementärböckerna på högskolestadiet och är bra att ha till hands vid experimentarbete i samband med fluorescensmätningar i lösningar. Den teoretiska delen synes dock vara väl knapphändig och koncentrerad. För en nybörjare skulle lättheten att läsa boken ha blivit större, om de teoretiska grundvalarna förenklats genom att framställningen av dem givits vidgat utrymme.

Gunnar Günther

A. Delachet, *La résistance des materiaux,* Collection »Que sais-je», Presses Universitaires de France, Paris 1953, 127 p., 150 fr.

Den lilla boken innehåller en elementär framställning av hållfasthetsläran. Den behandlar grafostatikens metoder, statiskt bestämda och obestämda system, beräkningar av påkänningar i balkar, en diskussion av svårigheterna att fixera benämningarna elasticitet och plasticitet, det allmänna jämviktstillståndet i en kropp genom införandet av spänningstensorn samt avslutningsvis de metoder man förfogar över för att kunna experimentellt studera spänningstillståndet i skilda material. Framställningen är delvis ganska populärt hållen, medan den i vissa teoretiska partier innehåller ett synnerligen koncentrerat kunskapsstoff, vilket senare säkert gör boken hårdläst för nybörjaren. För att konkretisera de givna satserna har ett antal exempel genomräknats. Emellertid kunde, för att underlätta läsandet, ytterligare några figurer ha medtagits. Ett antal tryckfel — huvudsakligen i den matematiska symboliken — belastar texten. *Stig Brimberg*

J. M. Meek—J. D. Craggs, *Electrical Breakdown of Gases,* International Series of Monographs on Physics, Clarendon Press, Oxford 1953. Goffrey Cumberledge, Pp. 507, 60 S. net.

När Loeb och Meek 1941 publicerade monografin »The Mechanism of the Electric Spark» (Stanford University Press, 188 sid.), vari Meeks strömbaneteori för elektriska överslag vid höga värden på produkten tryck × avstånd presenterades fullödigt i ett större sammanhang, förhindrade det då pågående kriget till en början en allmännare spridning av detta betydelsefulla bidrag till gasurladdningarnas fysik. Först efter krigets slut torde arbetet ha vunnit allmännare spridning i Europa. Nu, 12 år senare, föreligger en ny monografi, denna gång av Meek och Craggs, som behandlar de elektriska överslags- och tändningsfenomenen i gaser fullständigt och med hänsynstagande till forskningsresultaten fram till slutet av 1952. Boken innehåller 12 kapitel behandlande: 1) fundamentala processer i elektriska urladdningar, 2) tändning vid låga gastryck, 3) koronaurladdningar, 4) experimentella studier av överslagens utvecklingsstadier, 5) blixturladdningar, 6) teorin om överslagsmekanismen, 7) tändningens karakteristika, 8) bestrålning och tidsfördröjning, 9) tändning i gaser vid höga frekvenser, 10) överslagskanalen, 11) elektrodeffekter och 12) övergång från glim- till bågurladdning. Härefter följer ett tillägg på 21 sidor med fin stil, ägnat de senaste forskningsresultaten, som tillkommit efter huvudmanuskriptets färdigställande.

Strömbaneteorin får — som är att vänta — en glänsande framställning och, vilket är riktigt, procentuellt en avsevärd andel av inne-

hållet. Detta refererar kritiskt de flesta arbeten, som sedan 1930-talet publicerats inom området, och ger genom att därvid även bilder, diagram o. dyl. i stor utsträckning medtagits, den intresserade ett värdefullt stöd. Denna karaktär av översiktsverk inom det förelagda området framgår kanske tydligast av författarregistret, som omfattar 8 trespaltiga sidor, medan innehållsregistret upptar $6\frac{1}{2}$ tvåspaltiga sidor.

Monografin lämpar sig ej som introduktion i gasurladdningarnas fysik utan förutsätter för att komma till sin rätt solida allmänna kunskaper i ämnet.

Såväl tryck som papper och utstyrsel är av god kvalité, och arbetet utgör ett värdefullt bidrag till den gren av elektroniken det behandlar.

G. Siljeholm

H. Dean Baker, E. A. Ryder and N. H. Baker, *Temperature Measurement in Engineering.* Vol. 1. J. Wiley & Sons, New York; Chapman & Hall, London, 1953. Pp. 179, $ 3.75.

Författarnas avsikt är att i tvenne volymer ge en komplett beskrivande framställning över temperaturmätning och därmed sammankopplade tekniska problem men utan att ingå på någon teoretisk eller matematisk behandling av ämnet. Arbetet får därigenom närmast karaktären av en handbok, och en god sådan, på detta för tekniken nu så betydelsefulla område. Tyngdpunkten i framställningen faller helt inom de avsnitt som behandlar den speciella teknik, som är förknippad med en tillfredsställande temperaturmätning under vitt skilda betingelser. Den nu föreliggande första volymen behandlar uteslutande temperaturbestämning i fasta kroppar (med termoelement), och den kommande andra delen avser att behandla samma problem för gaser och vätskor samt dessutom mätning av extremt höga och låga temperaturer.

Som introduktion ges först en kortfattad behandling av begreppet temperatur och olika temperaturskalor samt en summarisk framställning av metoderna för temperaturmätning. En fyllig redogörelse lämnas sedan för termoelement: metallkombinationer, framställning och felkällor samt passande mätinstrument. De återstående 100 sidorna ägnas nästan uteslutande åt det tekniskt-manuella förfarandet i att utforma och applicera termoelementet så att minsta möjliga anledning till felkällor i mätresultatet föreligger. Detta avsnitt är för fysikern i gemen av mindre intresse, men desto mera värdefullt för den praktiskt verksamme teknikern. Trots bokens syfte ställer sig dock säkerligen mången läsare något tveksam till det lämpliga i att i en bok

av denna art finna exempelvis undervisning i borrslipning. Detta är dock ett rent verkstadstekniskt problem och som sådant vare sig okänt eller olöst. De fysikaliskt-tekniska tillämpningarna är i våra dagar av sådan omfattning att en gränsdragning mellan dessa och rent tekniska områden av många skäl ej bör vara alltför svävande. En något kritisk läsare kan ej heller undgå att märka en viss upprepning av en del detaljproblem och skulle kanske även gärna sett mera rationella enheter!

Trots kritiken blir helhetsintrycket av detta verk övervägande positivt. Boken riktar sig till ett begränsat antal fysiker och ingenjörer och torde för dessa vara ett bra komplement till övrig handbokslitteratur. En diger litteraturförteckning åtföljer varje kapitel.

Eve Staffansson

H. S. W. Massey, *Atoms and Energy.* Science in Action, Elek Books, London 1953, Pp. 174, 16s. net.

Boken, som är populärvetenskaplig, handlar om atomenergiens frigörande. Utgående från de tre byggnadsstenarna elektronen, protonen och neutronen och de krafter av olika slag, som verka mellan dem, ger förf. en framställning av hur atomerna och molekylerna äro byggda. Jämförelser göras mellan de kemiska bindningsenergierna i molekylerna och bindningsenergierna i atomkärnorna. De olika möjligheterna att frigöra atomkärnornas energi, sammansmältning (fusion) av lätta kärnor och klyvning (fission) av tunga, diskuteras. Hur man i stor skala tillämpar de vetenskapliga forskningsresultaten för såväl fredliga som krigiska ändamål beskrives utförligt. Genomgående lägges huvudvikten vid de vetenskapliga problemen och inte vid de tekniska. Stjärnornas energikälla, den kosmiska strålningen, neutrinon och de olika slagen av mesoner behandlas.

Framställningen är lättfattlig, figurerna över experimentella anordningar och apparater äro schematiska och överskådliga. Matematik användes ej. Det förutsättes dock, att läsaren har en viss fysikalisk allmänbildning. En tredjeringare kan läsa boken med stor behållning.

Karl Sjögren

James F. Young, *Materials and Processes.* 2nd edition. John Wiley & Sons, New York; Chapman & Hall, London, 1954. Pp. ix+1074, $ 8: 50.

Vad skall en konstruktör eller uppfinnare välja för material i sin maskin eller apparat, när han begär, att materialet skall tåla upphettning till t° utan att deformeras, tåla kontakt med vissa syror eller med alkaliska vätskor, tåla böjning och dragpåkänningar, icke lösas av olja eller sprit, låta sig svarvas, motstå korrosion, vara billigt, elektriskt isolerande, etc.? Vilka legeringar äro korrosions-

beständiga i havsvatten, lätta att gjuta, billiga, lätt bearbetade, och ha låg täthet, etc.? Vilka ämnen kunna valsas, gjutas, svarvas, färgas, pressas, sprutas, lödas, svetsas, och tåla fuktig luft eller bensin och olja? — En ändlös serie av sådana problem möter den rådgivande, som har kontakt med industri och verkstadsarbete. Kunskaper, som vid ett universitet inhämtas i kemi och fysik, räcka icke långt för att man snabbt skall kunna svara på frågor inför en rådvill konstruktör eller otålig uppfinnare. Och det farliga är, att ett felaktigt råd kan vålla bakslag, som mätes med ekonomiska enheter.

Föreliggande bok är lämplig för den konstruktör eller uppfinnare, som behöver hjälp av antytt slag. Arten av rådgivning och upplysning är ingalunda någon nyhet. Det finnes en hel rad äldre böcker i samma ämne. Men de äro vanligen ohjälpligt föråldrade, lika obsoleta som en »Reiseführer» inom Europa från tiden före de båda världskrigen. Och det kommer givetvis en dag, då även denna rådgivare är föråldrad. Men den tiden — den sorgen.

Boken är sund och praktisk. Den meddelar en kort kurs i metallografi, behandlar korrosionsproblemet både teoretiskt och praktiskt, talar om järnets (och stålets) egenskaper, plaster, isolationsmaterial och legeringar. Vidare tekniska förfaranden och behandlingsmetoder: gjutning, härdning, ytbehandling, svarvning, målning, avfettning, avsyning och kontroll. En omfattade lärokurs, som är väl värd sitt pris.

J. Tandberg

R. E. Peterson, *Stress Concentration Design Factors*. J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1953, Pp. 155, $ 8.50.

Författaren, som är chef för den mekaniska avdelningen av Westinghouse forskningslaboratorier i Pittsburgh, Pa, har länge ansetts som en bland de främsta experterna i USA på utmattningshållfasthet. Redan i början av 1930-talet gjorde han sina första större insatser på området, och det är tydligt, att han under de senaste åren haft exceptionellt stora möjligheter att fortsätta sitt forsknings- och utredningsarbete. Det är därför med stort intresse som man tar del av det nu föreliggande verket, i all synnerhet som nya forskningsresultat beträffande storleken av de farliga spänningskoncentrationerna är ytterst välkomna.

Det är ingen överdrift att påstå att minst 80 % av alla brott som uppstår vid maskindelar beror på utmattning av materialet. Felet ligger därvid mera sällan hos materialet, utan brottet orsakas i regel av felaktig formgivning av maskindelen ifråga med alltför skarpa inskärningar eller dimensionsövergångar eller med plötsliga sektionsförsvagningar på grund av hål. I dylika fall uppstår spänningskoncentrationer, vilka lätt ger upphov till en utmattningsspricka, som förr

eller senare för till brott. Förf. ger i sitt förord några belysande exempel på utmattningsbrottens stora omfattning och ofta katastrofartade följder samt menar med full rätt, att det är hög tid att konstruktörerna lär sig behärska formgivningen så, att spänningskoncentrationerna ej behöver föranleda brott.

Verket har närmast karaktären av en handbok. Någon lärobok är det icke. De fem huvudkapitlen inledes med kortfattade allmänna förklaringar och formler samt hänvisningar till vissa spänningsteorier i hållfasthetsläran jämte referenser till olika forskare. Den ojämförligt största delen av den i kvartoformat tryckta boken utgöres av tydliga och lättlästa diagram (102 st), medelst vilka man kan bestämma den s. k. *formfaktorn,* dvs. den faktor (>1) med vilken man skall multiplicera de efter den elementära hållfasthetslärans grundekvationer beräknade nominella spänningen för att få spänningens maximalvärde. Formfaktorn hänför sig till ett idealmaterial, för vilket gäller, att spänningar och motsvarande formändringar är proportionella. För den praktiska tillämpningen i samband med utmattning erfordras ytterligare en faktor den s. k. kälkänsligheten, och förf. anger även dennas storlek i olika fall.

Anmälaren känner icke till något verk på detta område som ifråga om omfattning, lättillgänglighet och användbarhet kan mäta sig med detta. Boken är förnämligt utstyrd med klotpärmar, tumgrepp och ringbindning. Den kan varmt rekommenderas till alla intresserade. Relativt goda förkunskaper i hållfasthetslära är dock nödvändiga.

Elis Dahlin

Sidney Siggia, *Quantitative Organic Analysis via Functional Groups.* 2nd Ed. John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, Ltd., London 1954, Pp. 227+x, $ 5.00.

Bokens första upplaga utkom för fem år sedan (anmäld i Elementa 32 (1949) 221). Den nya upplagan innehåller praktiskt taget oförändrat den gamlas hela material samt dessutom ganska avsevärda tillskott. Dessa gäller dels nya analysmetoder, dels två nya kapitel om principer för utarbetande av nya analysmetoder samt betydelsen av analys av funktionella grupper för identifiering av organiska föreningar. Dessa kapitel har ett allmänt kemiskt-pedagogiskt intresse. I flera av de nya analysmetoderna återspeglas den växande betydelsen av titreringar i vattenfritt medium. Jonbytarmetoder har däremot ännu inte tagits med, men kommer kanske i nästa upplaga.

Boken synes väl fylla den ställda uppgiften att inom en begränsad ram ge direkt användbara beskrivningar på goda analysmetoder för de flesta funktionella grupper.

Bengt Weibull

Friedrich Klages, *Lehrbruch der organischen Chemie.* I. Band, 2. Hälfte. Walter de Gruyter & Co, Berlin 1953, S. 533—985, DM 62.

I detta andra halvband fortsätter och avslutar Klages den systematiska genomgången av de organiska föreningarna. (Anmäln. av första halvbandet, se Elementa 1953, s. 201). Bandet behandlar föreningar med kväve, andra metalloider samt metaller och slutligen alla cykliska föreningar.

Liksom första halvbandet är även detta inriktat på att ge en överblick över reaktioner, egenskaper och syntesmetoder för de olika substanstyperna. Elektronformler används ganska ofta, givetvis med tyska beteckningar. Förf. tycks ganska väl ha följt med de senaste årens framsteg inom den organiska kemin. Det förvånar dock läsaren, att i en tysk lärobok, tryckt 1953, ingenting nämnes om de i Tyskland först framställda organiska fosforföreningar, som nu äro högaktuella som insekticider och potentiella stridsgaser med fruktansvärd effekt.

Bokens intressantaste kapitel är kanske det sista, »Die Reaktionen am Kohlenstoffgerüst». Förf. sammanfattar här olika metoder för oxidation, dehydrering, reduktion, kondensation etc. Detta kapitel är mycket värdefullt som komplement till den systematiska beskrivningen av olika ämnesklasser, och något sådant borde finnas i varje lärobok i organisk kemi.

De två återstående banden i Klages' stora lärobok komma att behandla teoretisk organisk kemi samt naturprodukter.

Gösta Lindstedt

E. Weaver—L. Foster, *Chemistry for our Times.* Mc Graw-Hill, New York 1954, 666 s., kr. 23:—.

Detta ståtliga band, prytt med nära 500 ovanliga och intressanta bilder, varav åtskilliga i färg, har fått ett utomordentligt typografiskt utförande och är även till innehållet i allo förstklassigt. Det är ej i första hand en lärobok — även om det förmedlar en mängd direkt fackvetande — utan en idealisk bredvidläsningsbok för kemilärare som önska utfylla sin undervisning med såväl sakligt som kulturellt och historiskt intressanta synpunkter.

Huvudrubrikerna i den högst moderna framställningen omfatta: Vår kemiska tidsålder, Vår omgivning, Kemiens affärskontor, Materiens fördelning, Jordskorpans kemi, Kemiska industrier, Metallerna, Kolföreningarna, Vardagslivets kemi, Nya landvinningar. Framställningen förfaller aldrig till romantisk populärisering utan hålles genomgående på en vetenskapligt fast och saklig nivå, och alla fackttermer förklaras omsorgsfullt, varför även en icke fackman kan studera boken med behållning och tillfredsställelse. Historiska och kultu-

rella notiser liva läsarens intresse, varvid även Scheele, Berzelius och Arrhenius flitigt nämnas. Radioaktiviteten och kärnfysiken framföras till sin senaste utveckling, och allt belyses med ett utomordentligt bildmaterial. Varje kapitel avslutas med en sammanfattning och en samling frågor, valda så att de stimulera läsaren att omedelbart söka besvara dem.

Man sträckläser volymen under spänning, och den kan på det varmaste rekommenderas till varje kemilärare såsom en utomordentlig bok! *E. Nordefeldt*

Esmond E. Snell, *Biochemical Preparations.* Vol. 3, John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1953, Pp. 128, $ 3.50.

Tredje delen av denna serie, som för biokemister motsvarar den för organiska kemister välkända serien »Organic Syntheses», beskriver i detalj framställningen av 24 biokemiskt viktiga ämnen. Varje metod är liksom i tidigare volymer (1949 och 1952) noggrant kontrollerade. I den nu publicerade volymen upptages bl. a. syntesen av fem olika optiskt aktiva aminosyror samt de båda antipoderna av penicillamin. Isomerisering av oljesyra till elaidinsyra med hjälp av selen och isolering av L- och D-mjölksyra ur förjäst glykos beskrives utförligt. Isocitronsyrans framställning ur blad från en *Bryophyllum*-art ges en intressant behandling liksom syntesen av denna syras lakton. Med hjälp av en förenklad kromatografisk metod och med oxblod som utgångsmaterial framställes i ren form det röda blodfärgämnets organiska grundsubstans. Man finner även en beskrivning på framställningen av kristalliserad fosforylas ur muskel, liksom av kristalliserad ribonukleas ur pankreas, samt reningen av coenzym I ur jäst och coenzym II ur lever.

Serien är som tidigare väl redigerad och de olika recepten kompletteras med en värdefull förteckning över föreningar av biokemiskt intresse, som behandlats i den ovan nämnda »organiska» serien.

Klas-Bertil Augustinsson

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok, sjätte årgången, 1951/52. Nordiska Bokhandeln i distr. Stockholm 1953. 206 s., kr. 7: —.

Årsboken avser att sprida kännedom om det forskningsarbete, som pågår i vårt land med stöd av anslag från rådet. Den innehåller därför en rad artiklar och översikter, skrivna av specialister på områdena. I föreliggande årsbok behandlas ärftlighetsläran av prof. Arne Müntzing och problem rörande människans härstamning av fil. dr Elias Dahr. Solforskningen på Capri behandlas av observator Öhman, som observerar solens korona vid fullt dagsljus. Med hjälp av en polarisationsmonokromator kan han — likaså vid fullt dags-

ljus — fotografera protuberanser i monokromatiskt ljus, en spektrallinje inom ett band, som kan göras ända ner till 1 Ångström brett.

Civilingenjör Brunberg vid institutionen för elektronik vid Tekniska högskolan studerar elektronbanor i rummet i ett magnetiskt dipolfält. Han använder en terella, en magnetisk jord i miniatyrformat, och en »elektronkanon». Man når enligt denna metod kunskap om kosmiska partiklars rörelse, när de falla in mot jorden och påverkas av jordens magnetfält. Papperskromatografi presenteras av docent Stig Åqvist, som bl. a. visar hur det är möjligt att i mikroskala separera olika sockerarter, aminosyror och andra sinsemellan snarlika molekylslag.

Prof. Erdtman visar hur bägge parter vinna på att gå samman, när kemisten och biologen mötas. I detta fall gäller det »kemiska bidrag till barrträdens systematik». Det finnes tydligen många gränsområden, som hittills betraktats som »no mans land», men som visa sig vara värdefulla, så snart någon börjar odla dem åt vetenskapen.

Bland uppsatser, som beröra biologi, må nämnas en redogörelse för experiment rörande djurens instinkt. Det är laborator Fabricius, som refererar. En bild visar hur nykläckta andungar, som kläckts i en termostat och aldrig sett sina föräldrar eller andra levande varelser, av instinkt följa efter t. ex. en skokartong, som släpas framför dem. Men hållas ungarna isolerade mera än 24 timmar efter kläckningen, har instinkten börjat förlora sitt grepp om individen. *J. Tandberg*

Kosmos, Fysiska uppsatser, utgivna av Svenska Fysikersamfundet, bd 31, 1953, 176 s. kr. 12: —.

Kosmos innehåller denna gång åtta uppsatser. Den första, som är författad av fil. lic. Sven Lennander, handlar om 1953 års nobelpristagare i fysik, holländaren Fritz Zernike och hans faskontrastmetod. Därpå följer en ganska utförlig redogörelse av professor Bengt Edlén för den nya fysiska institutionen i Lund. Det är inte utan att en gammal lundensare känner en viss avund, när han jämför de resurser, som nu stå till buds, med dem, som funnos i den gamla institutionen av år 1885, vilken i uppförande inte kostat ens 4 % av vad den nya kostat.

För ett par år sedan förekom i dagspressen en uppgift om en ny förstärkare, benämnd transistor, som angavs vara en utveckling av den gamla kristalldetektorn, och som förutsattes komma att tränga ut elektronrören i stor utsträckning. Spådomen tycks komma att besannas, vilket framgår av en av fil. lic. Dick Lundqvist författad översikt över halvledarmaterialens fysikaliska egenskaper och användning i såväl transistorer som termistorer, varistorer och spärrskiktmotstånd.

Fil. lic. C. G. Jennergren lämnar en redogörelse för teorierna för riktad sprängverkan. En sprängladdning, som spränges mot en pansarplåt, får en betydligt förstärkt verkan, om dess mot plåten vända yta förses med en urtagning av t. ex. konisk form, så att ett hålrum finnes mellan laddningen och plåten. Beklädes väggen i urtagningen med metall, blir genomträngningsförmågan ytterligare avsevärt ökad. Denna s. k. strålladdning har fått en utomordentligt betydelsefull militär användning under och efter det andra världskriget.

Fil. lic. Gunnar Erlandsson skriver om gasabsorptionsspektra inom mikrovågområdet, civilingenjör Arnold Lundén om isotopanrikning genom elektrolytisk jonvandring och fil. lic. Karl-Erik Larsson om olika metoder att mäta neutronflöden.

Bokens sista uppsats är författad av fil. lic. Tor Ragnar Gerholm. Den handlar om möjligheterna att undersöka radioaktiva atomkärnors elektriska och magnetiska egenskaper och hur dessa undersökningar kunna ge hållpunkter vid utvecklingen av skalteorien för atomkärnornas struktur. *Karl Sjögren*

Gradualavhandlingar[1]

Hans R. Kivisild, *Wind effect on shallow bodies of water with special reference to Lake Okeechobee.* Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar nr 83, 144 s. Disp. vid K. Tekn. Högskolan 21 maj 1954. Opponenter: Prof. J. Fjeldstad, Oslo och tekn. lic. H. L. Rundgren.

Då en stark vind blåser över en sjö, uppstå icke blott vågor på ytan. Ytvattnet driver även i vindens riktning och ansamlas vid den strand dit vinden blåser. På motsatt sida sjunker vattnet, och så kommer vattenytan i lutning. Lutningen är större på grunda sjöar än på djupa, ty vattnet rinner lättare tillbaka, där det är djupt. Fenomenet är väl känt, men den matematiska teorin härför har hittills huvudsakligen sysslat med vattnets strömning i vertikalplanet genom vindens riktning. Förf har gjort en fullständigare teori, som även innefattar vattnets strömning vinkelrätt mot nämnda plan och har genom approximationer förenklat denna teori, så att den blivit praktiskt användbar. Detta är nödvändigt och tillräckligt vid studiet av den stora men grunda sjön Okeechobee i Florida, som svämmar över bräddarna på läsidan vid orkan.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

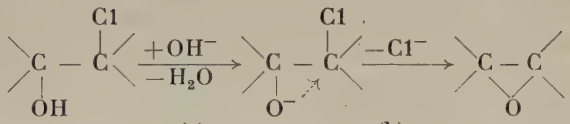
För att lösa sina differentialekvationer övertäcker förf. sjön med ett nät av likformiga trianglar och använder en numerisk metod. En jämförelse mellan beräknade och uppmätta vattennivåer i Lake Okeechobee under fem stormar visar, att de föreslagna beräkningsmetoderna äro praktiskt användbara, även om en fullständig överensstämmelse ej nåddes i samtliga fall.

Så snart en väntad orkan blivit i detalj förutspådd, kan man med förf:s metoder uppskatta dess maximala verkan på sjöns vatten och företaga nödiga åtgärder och beräkna behövliga förstärkningar.

O. H. Faxén

Göran Forsberg, *Några alifatiska klorhydriner och deras alkaliska hydrolys.* En preparativ och kinetisk studie. Lund 1954, 99 s. Disp. i Lund den 17 maj 1954. Opponenter: docent Stig Sunner, Lund och assistent Robert Nilsson, Lund.

De klorsubstituerade alkoholerna, med klor och hydroxylgrupp bundna vid närbelägna kolatomer (etylenklorhydriner), hydrolyseras i alkalisk vattenlösning under bildning av etylenoxider. Reaktionen, vars mekanism klarlagts av Winstein och Lucas (1939), äger rum enligt följande schema:



varvid det hastighetsbestämmande steget är ringslutningen (b). I föreliggande arbete har olika typer av klorsubstituerade alkoholer framställts, deras fysikaliska data bestämts och deras alkaliska hydrolys studerats kinetiskt och preparativt.

ω-Klorsubstituerade alkoholer av typen $Cl(CH_2)_nOH$ (n=2, 3, 4, 5, 6) befanns reagera enligt liknande schema vid den alkaliska hydrolysen under bildning av motsvarande oxider. Genom jämförelse av hastighetskonstanterna med konstanterna för andra förut kinetiskt undersökta ringbildningsreaktioner, kunde även i detta fall visas, att det hastighetsbestämmande steget är en ringbildning.

Olika alifatiska substituenter (R=CH_3, C_2H_5, n-C_3H_7, i-C_3H_7) inverkan på den alkaliska hydrolysen har studerats vid etylen- och trimetylenklorhydrinerna.

Föreningar av typen $R \cdot CHOH \cdot CH_2Cl$, framställda genom alkylmagnesiumbromiders omsättning med kloracetaldehyd, gav vid den alkaliska hydrolysen motsvarande alkylsubstituerade etylenoxider.

Hastighetskonstanterna ökade i serien $CH_3 < C_2H_5 < i\text{-}C_3H_7$. Denna ökning härleder sig huvudsakligen från den från andra ringslutningsreaktioner kända steriska effekten av substituenter. Sådana underlättar en ringslutning oberoende av deras polära effekt.

Etylenklorhydriner av typen $R \cdot CHCl \cdot CH_2OH$, för vilka förut generella framställningsmetoder saknats, framställdes genom reduktion av motsvarande klorsubstituerade syraklorider med litiumaluminiumhydrid. Dessa klorhydriner gav likaledes etylenoxider vid den alkaliska hydrolysen, men här avtog hastighetskonstanterna i serien $CH_3 > C_2H_5 > i\text{-}C_3H_7$. Denna effekt, motsatt den vid föregående typ av föreningar, förklaras genom alkylgruppens försvårande av alkoholatjonens intramolekylära angrepp mot den kolatom, som bär kloratomen.

Trimetylenklorhydrinerna $R \cdot CHOH \cdot CH_2 \cdot CH_2Cl$ framställdes analogt med etylenklorhydrinerna $R \cdot CHOH \cdot CH_2Cl$. Vid den alkaliska hydrolysen bildades motsvarande alkylsubstituerade trimetylenoxider. Alkylgrupperna visade samma inverkan på hastighetskonstanterna som vid motsvarande etylenklorhydriner. Förklaringen är också densamma.

Klorhydrinerna $R \cdot CHCl \cdot CH_2 \cdot CH_2OH$ framställdes genom litiumaluminiumhydridreduktioner av klorsubstituerade syraklorider. De visade sig ej ge oxid vid den alkaliska hydrolysen utan bildade alken och formaldehyd under sprängning av kolkedjan.

$$R \cdot CHCl \cdot CH_2 \cdot CH_2OH + OH^- \rightarrow R \cdot CH = CH_2 + HCHO + H_2O + Cl^-$$

Aktiveringsenergier och aktionskonstanter har även beräknats för de olika ämnenas alkaliska hydrolys.

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, London 1954:

J. C. Johnson, *Physical Meteorology*. Pp. 393, $ 7.50.

J. O. Hirschfelder—C. F. Curtiss—R. B. Bird, *Molecular Theory of Gases and Liquids*. Pp. 1219, $ 20.00.

P. G. Hoel, *Introduction to Mathematical Statistics*. Pp. 331, $ 5.00.

D. Blackwell—M. A. Girshick, *Theory of Games and Statistical Decisions*. Pp. 335, $ 7.50.

L. J. Savage, *The Foundations of Statistics*. Pp. 294, $ 6.00.

O. Morgenstern, *Economic Activity Analysis*. Pp. 554, $ 6.75.

H. P. Klug—L. E. Alexander, *X-Ray Diffraction Procedures*. Pp. 716, $ 15.00.

A. S. Levens, *Graphics in Engineering and Science*. Pp. 696, $ 7.00.

W. G. Forbes, *Lubrication of Industrial and Marine Machinery*. 2nd Ed. Pp. 351, $ 6.50.

A. F. Puchstein—T. C. Lloyd—A. G. Conrad, *Alternating-Current Machinery*. 3rd Ed., Pp. 721, $ 8.50.

E. Weber, *Linear Transient Analysis*. Pp. 348, $ 7.50.

E. L. ORGINSKY—W. W. UMBREIT, *An Introduction to Bacterial Physiology.* Freeman & Co. San Francisco 1954. Pp. 416, $ 7.25.

H. F. P. PURDAY, *Linear Equations in Applied Mechanics.* Oliver & Boyd, Edinburgh and London 1954, Pp. 240, 20 s. 6d. net.

R. G. COOKE, *Linear Operators.* MacMillan & Co., London 1953, Pp. 454, 52 s. 6d. net.

H. J. J. BRADDICK, *The Physics of Experimental Method.* Chapman & Hall, London 1954, Pp. 404, 35 s. net.

I. A. D. LEWIS—F. H. WELLS, *Millimicro-Second Pulse Techniques.* Pergamon Press, London 1954, Pp. 310, 40 s. net.

Reports on Progress in Physics. Vol. XVII, 1954, The Physical Society, London, Pp. 280, £ 2 10 s.

Atomic Energy. A survey, edited by J. Rotblat. Taylor & Francis, Ltd, London 1954, Pp. 72, 4 s. 6d.

Isotopy, Lectures by Fr. Soddy and J. A. Cranston, New World Publications, London 1954, Pp. 36, 7 s. 6d.

Rutherford by those who knew him. Five Rutherford lectures. The Physical Society, London 1954, Pp. 69, 8 s. 6d.

P. LAPADU-HARGUES. *Précis de minéralogie.* Masson & Cie, Paris 1954, 312 p., cartonné 2200 fr.

R. MAVRODINEANU—H. BOITEUX, *L'analyse spectrale quantitative par la flamme.* Masson & Cie, Paris 1954, 248 p., cartonné 4300 fr.

J. TIMMERMANS, *Les constantes physique des composé organiques cristallisés.* Masson & Cie, Paris 1954, 558 p., 5200 fr.

Y. ROCARD, *L'instabilité en mécanique.* »Evolution des sciences» No. 1. Masson & Cie, Paris 1954, 240 p., 1200 fr.

A. DENJOY, *Mémoire sur la dérivation et son calcul inverse.* Gauthier-Villars, Paris 1954, 380 p., 2700 fr.

P. LÉVY, *Théorie de l'additions des variables aléatoires.* Fasc. 1 i serien »Monographies des probabilités». Gauthier-Villars, Paris 1954, 285 p., 4500 fr.

A. MONJALLON, *Introduction a la méthode statistique.* Librairie Vuibert, Paris 1954, 280 p., 2000 fr.

G. BOULIGAND, *Mécanique rationelle.* Cours et problèmes résolus, cinquième ed. Librairie Vuibert, Paris 1954, 568 p., 2400 fr.

R. GOUYON, *Le problème de mécanique rationel a l'agrégation.* Librairie Vuibert, Paris 1854, 256 p., 2000 fr.

G. KOWALEWSKI, *Einführung in die Determinantentheorie.* 4. Aufl. W. de Gruyter, Berlin 1954, 348 S., DM 30:—.

W. GEILMANN, *Bilder zur qualitativen Mikroanalyse anorganischer Stoffe.* Verlag Chemie, Bergheim/Bergstrasse 1954, 120 S., DM 20.80.

L. W. A. KOFLER, *Thermo-Mikro-Methoden zur Kennzeichnung organische Stoffe etc.* Verlag Chemie, Bergheim/Bergstr. 1954, 608 S., DM 39.80.

W. HAACK, *Darstellende Geometrie: I.* 110 S., DM 2.40; II. 129 S., DM 2.40. Sammlung Göschen Bd 142 u. 143. W. de Gruyter, Berlin 1954.

J. SPOEREL, *Mathematik von der Schule zur Hochschule.* W. de Gruyter, Berlin 1954, 210 S., DM 16.—.

A. GJELSVIK, *Matematisk geografi* (Astronomi), Damm & Søn, Oslo 1954, 128 s.

E. S. SELMER, *Differensial- og integralregning.* Akad. Forlag, Oslo, 315 s.

TH. SUNDORPH, *Fysik III.* Astronomi for realklassen. 10:e udg. ved F. HJERTING, Gyldendalske Bogh. Nordisk Forlag. København 1954, 42 s.

N. O. BERGQUIST, *The Moon Puzzle.* Grafisk Forlag, København 1954, 378 s.

E. GENBERG, *Statistisk analys.* Elementär handledning. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1954, 173 s., kr. 16: 50.

C. E. SJÖSTEDT, *Geometri för gymnasiet.* Del I R, Reallinjen, 93 s., kr. 3: 15. Del II M, Reallinjens matem. gren, 96 s., kr. 3: 55. Del II AB, Allm. linjen/Reallinjens biologiska gren, 71 s., kr. 3: 30. — Natur & Kultur, Stockholm 1954.

E. T. GLAS, *Likströmslära.* Natur & Kultur, Stockholm 1954, 338 s., kr. 21: —.

A. HADDING, *Geologi.* Gleerups förlag, Lund 1954, 143 s., kr. 6: 25.

T. KNÖÖS, *Kemi för allmänna linjen.* AVCarlsons Förlag, Stockholm 1954, 176 s., kr. 6: 35.

H. BOHLIN, *Elektricitetslära och elektroteknik.* För tekniska skolor 6: e uppl. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1954, 607 S., kr. 18: 50.

BERNLER—NYDELL, *Plan o. sfärisk trigonometri.* Lärobok i matematik för sjöbefälskolor II. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1954, 133 s., kr. 15: —.

BECKMAN—JENVALL, *Astronomi.* 4:e uppl. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1954, 79 s., kr. 2: 75.

H. D. NYBERG, *Geometri med planimetri.* För real- o. enhetsskolor. Sundsvall 1954. Eget förlag, Pepparv. 3, Enskede, 46 s., kr. 3: —.

Yrkesutbildningen i Sverige. Redogörelse utarb. av K. Överstyrelsen för yrkesutbildning, Stockholm 1954, 55 s.

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds årsbok 1952/53. Sjunde årg., Stockholm 1954, 221 s., kr. 7: —. Nordiska Bokh. Sthlm i distr.

Dædalus, Tekniska Museets årsbok 1954, Stockholm 1954, 154 s.

Tidskrifter

Populär astronomisk tidskrift, Stockholm 1954: 1—2.

Ur innehållet: Å. WALLENQUIST, Radioastronomins utveckling; Y. ÖHMAN, Från verksamheten på den astronomiska stationen på Capri under 1953; C. SCHALÉN, Nyare rön om det interstellära stoftet; J. RAMBERG, Ett bidrag till solkoronans fotometri; Å. WALLENQUIST, Solförmörkelseobservationer med mindre instrument.

Fysisk Tidsskrift, København 1954: 1.

Ur innehållet: NIELS BOHR, H. A. Kramers; H. B. G. CASIMIR, H. A. Kramers videnskabelige verk; V. THORSEN, Nye Synpunkter vedrørende Brintatomet og Brintspektret; T. LANGVAD, Reaktionshastighedens temperaturkoefficient (skolförsök).

Nordisk Matematisk Tidskrift, Oslo 1954: 1—2.

Ur innehållet: E. J. DIJKSTERHUIS, Die Integrationsmethoden von Archimedes; F. EHRNST, Laborativ metodik vid matematikundervisningen; G. DAHLQUIST, Monte Carlo-metoden; S. STEFÁNSSON, Om to geometriske steder ved ligesidede hyperbler; Referat av en diskussion i Lund nov. 1953 om matematikkurserna på gymnasiet i Sverige. Oppgaver.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1954: 1.

Ur innehållet: ELIN GLEDITSCH, H. A. Rosing; Ø. HAUGE, Om radioastronomi; N. ARLEY, Oversikt over mekanikkens historie; J. MARKALL, Elektronmikroskopet og noen eksempler på dets anvendelse.

(Forts. sid. 224.)

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1944) *Om a, b, c äro sidorna i en triangel och* $x+y+z=0$, *så är uttrycket* $a^2yz+b^2xz+c^2xy$ *aldrig positivt.* *B. Svenonius*

1945) *Två fasta tangenter till en given parabel råkas i punkten A. Av två rörliga tangenter t och* t_1 *råkar t de fasta i B och C. Projektionerna av B och C på* t_1 *äro* B_1 *resp.* C_1. *Visa, att förhållandet mellan projektionerna av* BB_1 *och* CC_1 *på linjerna AC och AB resp. är konstant, när t och* t_1 *variera.* *X.*

1946) *De räta linjer, som förena hörnen A, B, C, D i en tetraeder med en godtycklig punkt P skära motstående sidoytors plan i* A_1, B_1, C_1, D_1 *resp. Visa, att föreningslinjerna mellan mittpunkten* A_2 *på* AA_1 *och mittpunkterna* B_2, C_2, D_2 *på* BB_1, CC_1, DD_1 *skära planet BCD i* B_3, C_3, D_3 *resp., så belägna, att trianglarna* B_3CD, C_3DB, D_3BC *äro likytiga.* *V. Thébault*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1947) Genom den inskrivna cirkelns medelpunkt i en triangel drages parallellt med en sida (längd$=a$) en transversal av längden l. Bestäm omkretsen av den erhållna topptriangeln.

Svar: $al:(a-l)$.

1948) Genom medelpunkterna för den inskrivna cirkeln och för den vid sidan BC i triangeln ABC vidskrivna cirkeln dragas med BC parallella transversaler av längderna l resp. l_a. Visa, att a) $r_a:r=a:(2l-a)$ b) omkretsarna av de parallelltrapets, för vilka sidan BC är gemensam, äro $(2l+a)$ och $(2l_a+a)$.

1949) Ett parallelltrapets $ABCD$ med AB parallell med DC är omskrivet kring en cirkel. Skillnaden mellan de icke parallella sidorna är 10 % av omkretsen och skillnaden mellan trapetsets trubbiga vinklar A och B är 35°. Beräkna trapetsets vinklar.

Svar: Den största vinkeln är 139,89°.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1947—1949 äro insända av *N. Falkström*, 1950—1956 av *B. Svenonius*.

1950) I triangeln ABC är M tyngdpunkten och N mittpunkten av BC. Vinklarna MBN och BMN äro 90° resp. 45°. Beräkna vinklarna i triangeln ABC.

Svar: $A=19{,}44°$; $B=123{,}69°$; $C=36{,}87°$.

1951) I en triangel, vars sidor bilda en aritmetisk serie, förhålla sig två vinklar som 1 : 2. Bestäm triangelns vinklar.

Svar: $41{,}41°$; $82{,}82°$; $55{,}77°$ eller $49{,}35°$; $98{,}70°$; $31{,}95°$.

1952) Bestäm med hjälp av två lämpligt valda trianglar koefficienterna x och y i formeln $xR=r_a+r_b+r_c+yr$, samt visa därefter, att den erhållna formeln gäller allmänt.

Svar: $x=4$; $y=-1$.

1953) Lös ekvationen $4\sin x\cos 2x\sin 3x=1$.

Svar: $\pm 30°+n\cdot 180°$; $22{,}5°+n\cdot 45°$.

1954) Produkten av alla termerna i en geometrisk serie med kvoten 2 är 2^{10}. Produkten av de två sista termerna är 2^{19}. Sök termantalet.

Svar: 20.

1955) I den givna triangeln ABC med höjderna h_a, h_b, h_c fällas från en punkt P på medianen AM $(=m)$ normaler mot triangelsidorna. Sök summan $(=y)$ av de tre normalernas längder som funktion av PM $(=x)$ samt upprita i ett koordinatsystem funktionen för intervallet $0\leqq x\leqq m$.

Svar: $2my=(2h_a-h_b-h_c)x+m(h_b+h_c)$.

1956) Till kurvan $y=ax^3+bx$ drages origotangenten och den linje, som förenar kurvans maximi- och minimipunkter. Bestäm vinkeln mellan dessa linjer, om den förstnämnda är bisektris till första och tredje (eller andra och fjärde) axelvinkeln.

Svar: $11{,}31°$.

Lösn. till uppg. 1916—1918.

1916) *Undersök hur rötterna till ekvationen* $(x^2-x\operatorname{tg} v)^2+x^2-1:4\cos^6 v=0$ *fördela sig på intervallen* $-\infty\leftrightarrow 0$, $0\leftrightarrow\operatorname{tg} v$, $\operatorname{tg} v\leftrightarrow+\infty$, *då* v *är en spetsig vinkel.* *X.*

Rötterna till den givna ekvationen äro abscissorna för skärningspunkterna mellan parabeln $y=x^2-x\operatorname{tg} v$ och cirkeln $x^2+y^2=1:4\cos^6 v=(1+\operatorname{tg}^2 v)^3:4>\operatorname{tg}^2 v$. För $0<x<\operatorname{tg} v$ är $x(\operatorname{tg} v-x)<\operatorname{tg}^2 v$ och ekvationens vänstra led $<\operatorname{tg}^4 v+\operatorname{tg}^2 v-1:4\cos^6 v=-\cos^2 2v:4\cos^6 v\leqq 0$. Eftersom parabeln går genom origo och har

sin minimipunkt i 4:e kvadr., ha kurvorna en skärningspunkt i 2:a kvadranten. Parabelns i 1:a kvadranten belägna del ligger till höger om linjen $x=\operatorname{tg} v$, ty punkten $(\operatorname{tg} v, 0)$ ligger på parabeln. Följaktligen råkar parabeln cirkeln i en punkt till höger om linjen $x=\operatorname{tg} v$ och den givna ekvationen har alltså 1 rot < 0 och 1 rot $> \operatorname{tg} v$. *I. Gunsjö*

Även löst av *B. Nordman.*

1917) *En kubisk parabel tangerar alla sidor i parallellogrammen ABCD, AB och CD i A resp. C. Hur förhålla sig areorna av de ytstycken, i vilka kurvan uppdelar parallellogrammen?* *X.*

Antag, att linjerna genom A och C, som ha parabelns ∞-riktning r, skära förlängningarna av CB och AD i B_1 och D_1 resp. Om M och N äro mittpunkterna av AD_1 och CB_1, så är mittpunkten I av MN parabelns inflexionspunkt och centrum. Dela vidare E och F segmenten MD_1 och NB_1 mitt itu, så äro de kontaktpunkterna på AD och CB, emedan tyngdpunkten till E, E, A ligger i M på linjen med riktningen r genom I som sig bör. Inflexionstangenten skär NF i J (och AB i L), så att $NJ:JF=2:1$ enligt en känd sats om kubiska parablers tangenter: Om tangenten i en punkt P skär inflexionstangenten i Q och linjen med ∞-riktningen i R, så är $PQ:PR=1:3$. Om LG drages parallell med MN och skär NB_1 i G, är enl. nämnda sats $NG=\frac{2}{3}NB_1=\frac{4}{3}NF$, varav $FG=JF$ och $NJ=JG$. Följaktligen är $IN=LG=\frac{1}{2}AB_1$ och $BB_1=2BG=\frac{2}{3}B_1G=\frac{1}{9}B_1C$.

Triangeln ABB_1 utgör alltså $\frac{1}{18}$ av pg AB_1CD_1. Nu är förhållandet mellan ytorna som begränsas 1) av kurvbågen $CEIF$ och linjen CF 2) av kurvbågen FA och linjerna AB_1 och B_1F tydligen $\int_{-3}^{0}(x^3+3x^2)dx:\int_{0}^{1}(x^3+3x^2)dx=27:5$, som fås vid lämpligt enhetsval, då CFB_1 är x-axel, F origo, medan y-axeln har riktningen r. Ytan av pg AB_1CD_1 svarar alltså i samma proportion mot $2(27+5)=64$ och triangelytan ABB_1 mot $32:9$, varför svaret blir $13:243:243:13$.

X.

Även löst av *B. Nordman.*

1918) *Sök en 8-siffrig heltalskvadrat, i vilken var och en av siffrorna 1, 2, ..., 8 förekommer.* *V. Thébault*

En sådan kvadrat N är delbar med 9, ty detta gäller om dess siffersumma. Bland de 2279 åttasiffriga, med 9 delbara kvadraterna finnas endast 5 st N. De äro $13527684=3678^2$, $34857216=5904^2$, $65318724=8082^2$, $73256481=8559^2$ och $81432576=9024^2$. I sin bok Les Récréations mathématiques har M. Thébault på sidorna 226—230 tabulerat alla n-siffriga kvadrattal, i vilkas sifferföljd ingen upprep-

ning förekommer för $n=3, 4 \ldots 9$. Men utan denna! Det gäller de med 3 delbara $\sqrt{N}$, som ligga mellan 3171 och 9981, om de äro udda, och mellan 3174 och 9984, om de äro jämna. I avsaknad av en tabell över sådana tals kvadrater kan man med hjälp av en vanlig skoltabell åtminstone minska antalet kvadrater som skola undersökas till i runt tal 600. Om N slutar på en jämn siffra (4, 6) ha talen $(500n \pm \sqrt{N})^2$ alla samma 3-siffriga »désinence» (sifferslut) och för N med sista siffran 1 ha $(250n \pm \sqrt{N})^2$ samma 3-désinence. Det räcker därför att undersöka kvadraterna på talen 101, ..., 499 beträffande deras 3-désinence a. Teoretiskt finnas 126 st. a, men endast 54 anträffas. Slutar a på 1, så är $\sqrt{N}$ att söka bland 9 à 10 successiva termer i de aritmetiska serierna $750n \pm (250r - t)$, där parentesen skall vara delbar med 3, dvs. r är t:s 3-rest (± 1, 0) och t kan anta 12 värden (<125): 19, 29, 39, 41, 59, 61, 69, 79, 81, 91, 111, 121. Slutar a på 2, 4 eller 6, har man att välja mellan 4 à 5 successiva termer i serieparen $1500n \pm (500r + t)$, där t kan anta 42 värden (<250): 16, 18, 24, 28, 34, 42, 56, 58, 66, 68, 72, 74, 82, 94, 96, 104, 106, 116, 124, 126, 128, 142, 144, 145, 154, 172, 174, 178, 182, 184, 192, 196, 206, 208, 218, 222, 224, 232, 234, 242, 244, 246.

Det är klart, att $\sqrt{N}$ ej kan sluta på 0, 3, 7, men ej heller på 5, ty då skulle $\sqrt{N} = (2n+1)75$ som man ser i tabellen, men $75^2 = 5625$ och $N = 45000k + 5625$, varför 4-désinencen i N vore 0625 eller 5625, bägge omöjliga.

Exempel: I. $a=481$, $t=59$, $r=-1$. Vi välja $\sqrt{N} = 750n + 309$ och få ur olikheten $3171 < 750n + 309 < 9981$, $n=4, 5, \ldots, 12$. För $n=12$ är $\sqrt{N} = 9309$ och $N = 86657481$, alltså odugligt; för $n=11$ är $\sqrt{N} = 8559$ och $N = 73256481$! II. $a=684$, $t=178$, $r=1$. Vi välja $\sqrt{N} = 1500n + 678$ och få som nyss $3174 < \sqrt{N} < 9984$, $n=2, 3, \ldots, 6$. För $n=2$, $\sqrt{N} = 3678$ och $N = 13527684$! I många fall visar redan fjärde eller femte siffran i N, att kvadraten skall kasseras. *X.*

Även löst av *N. J.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Aug.—sept. 1954

Matematiska uppgifter för latinlinjen

1. En person erhöll ett lån på 10 000 kr, som skulle amorteras genom 10 lika stora annuiteter, erlagda vid slutet av varje år med början ett år efter lånets upptagande. Hur mycket av lånet återstod att betala, omedelbart efter det att den femte annuiteten erlagts? Ränta på ränta beräknas efter 4 %.
2. I en likbent triangel är den inskrivna cirkelns radie $\frac{1}{5}$ av höjden mot basen. Bestäm triangelns vinklar.
3. I triangeln ABC är vinkeln B 33,7° och sidan AB 5 dm. På sidan BC är en punkt D så belägen, att sträckan AD är 4 dm. Förhållandet mellan vinklarna BAD och DAC är 1 : 5. Beräkna de obekanta vinklarna i triangeln ABC.
4. I en konvergent oändlig geometrisk serie multipliceras termerna i ordning med 4, 20, 3, 4, 20, 3 osv. Summan av den på detta sätt genom ständigt upprepad multiplikation med faktorerna 4, 20, 3 erhållna serien är 8 gånger så stor som den ursprungliga seriens summa. Bestäm kvoten i den sistnämnda serien.
5. En cirkel tangerar sidan AC i triangeln ABC i punkten D samt skär sidan AB i punkterna E och F och sidan BC i punkterna G och H, så att $AE : EF : FB = 4 : 5 : 1$ och $BG : GH : HC = 3 : 5 : 4$. Beräkna triangelns största vinkel.
6. I parallellogrammen $ABCD$ drages diagonalen AC. Vidare sammanbindes punkten B med mittpunkten E på sidan CD. Bestäm förhållandet mellan ytorna av de fyra delar, i vilka parallellogrammen på detta sätt blir uppdelad, tagna i storleksordning från den minsta räknat.
7. I triangeln ABC är $AB = AC = 2$ cm och $BC = 2x$ cm. Bestäm förhållandet y mellan den inskrivna och den omskrivna cirkelns radier som funktion av x under så enkel form som möjligt, och åskådliggör detta förhållande grafiskt. I två olika fall antar förhållandet värdet $\frac{4}{9}$. Bestäm vinkeln A i dessa fall. Bestäm slutligen vinkeln A i det fall, då förhållandet antar sitt största värde.
8. I en cirkel med medelpunkten O är radien 12 cm. Från en punkt P utanför cirkeln drages tangenterna PT och PT' till cirkeln. Avståndet PT är 44 cm. En rät linje genom O skär PT i punkten Q och förlängningen av PT' i punkten Q', så att $OQ : OQ' = 13 : 20$. Beräkna avståndet QQ'.

Resultat: **1.** 5490 kr. **2.** $75{,}52°$; $75{,}52°$; $28{,}96°$. **3.** $A=61{,}3°$; $C=85{,}0°$. **4.** 0,4. **5.** $C=80{,}94°$. **6.** 1 : 2 : 4 : 5. — Två trianglar är likformiga i ytskalan 1 : 4, osv. **7.** $y=\frac{1}{2}x(2-x)=\frac{1}{2}[1-(x-1)^2]$. För $y=\frac{4}{9}$ är $A=38{,}94°$ eller $83{,}63°$; för $y_{max}=\frac{1}{2}$ är $A=60°$. **8.** $QQ'=33$ cm. — Sätt $PQ=13x$, $PQ'=20x$. Två uttryck på ytan av triangeln PQQ' ger ekv. $6(13x+20x)=\frac{1}{2}\cdot 13x\cdot 20x\cdot \sin \angle QPQ'$, varav $x=3$, som ger $PQ=39$ cm och $TQ=5$ cm, osv. — Utan trigonometri kan uppg. lösas med hjälp av Pythagoras' sats tillämpad på trianglarna OQT och $OQ'T'$. Man sätter $OQ=13y$, $OQ'=20y$ och erhåller ett ekv.system i x och y.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs.

1. Lös ekvationen $\sin 5x+\sin x+2=4\sin^2 x$.
2. En person erhöll ett lån, som skulle amorteras genom 10 lika stora annuiteter, erlagda vid slutet av varje år med början ett år efter lånets upptagande. Hur många procent av lånets ursprungliga belopp återstod att betala, omedelbart efter det att den femte annuiteten erlagts? Ränta på ränta beräknas efter 4 %.
3. Toppvinkeln i en rät cirkulär kon är 60°. En rät cirkulär cylinder, vars basradie är $\frac{1}{3}$ av dess höjd, är placerad så, att den ena basytans medelpunkt sammanfaller med konens topp och den andra basytan ligger i konens basyta. Beräkna, hur stor del av konens volym som faller inom cylindern.
4. Två plan skär varandra längs en tangent till ett klot och delar klotets yta i tre delar, som i ordning förhåller sig som 1 : 3 : 1. Bestäm vinkeln mellan planen.
5. I ett rätvinkligt koordinatsystem är hörnpunkterna för en triangel ABC följande: $A\,(-18;\ 0)$, $B\,(0;\ -24)$ och $C\,(12;\ 18)$. Bestäm koordinaterna för en inom triangeln belägen punkt D sådan, att ytorna av trianglarna BCD, CAD och ABD, tagna i denna ordning, förhåller sig om 1 : 2 : 3.
6. För vissa värden på konstanten k är normalen i origo till kurvan $ky=x^3-8x^2+15x$ också tangent till kurvan. Bestäm dessa värden på k.
7. I ett rätvinkligt koordinatsystem sammanbindes punkterna $A\,(5;\ 0)$ och $B\,(-5;\ 0)$ med en punkt P på den räta linjen $y-4=0$. Bestäm medelproportionalen till sträckorna PA och PB som funktion av x-koordinaten för punkten P. Undersök, med angivande av eventuella maxima och minima, hur medelproportionalen varierar, när P beskriver den räta linjen $y-4=0$. Åskådliggör detta grafiskt i ett särskilt koordinatsystem. Visa, att triangeln APB är rätvinklig, då medelproportionalen antar ett minimivärde.

8. I en parallellt stympad rät cirkulär kon är basytornas radie R och r samt höjden h. Genom konens axel lägges tre plan, som uppdelar den stympade konen i sex kongruenta delar. I var och en av dessa kan man inskriva ett klot, som tangerar de fem begränsningsytorna, under förutsättning att ett visst samband råder mellan storheterna R, r och h. Bestäm detta samband.

Resultat: 1. $45°+n\cdot 90°$; $90°+n\cdot 120°$. 2. 54,9 %. Exakt$=100\cdot 1{,}04^5:(1{,}04^5+1)$ %. 3. $1-\frac{2}{9}\sqrt{3}=0{,}6151$. 4. 73,74°. 5. (3; 1). — Om CD skär AB i P, är $AP:PB=2:1$, varför $P(-6;\ -16)$. Om BD skär AC i Q, är Q (4,5; 13,5), osv. 6. $\pm\sqrt{15}$. 7. Då P:s x-koord. växer från $-\infty$, minskas först medelprop. $\sqrt[4]{(x^2-9)^2+40^2}$ till min.$=\sqrt{40}$ för $x=-3$, ökar sedan till max.$=\sqrt{41}$ för $x=0$, minskar härefter till min.$=\sqrt{40}$ för $x=3$ och växer sedan obegränsat. — Eller utan koordinaträkning: Enl. ytteoremet är $AP\cdot PB=40:\sin\sphericalangle APB$, varför min.$=\sqrt{40}$ för $\sphericalangle APB=90°$ och max.$=\sqrt{41}$ för $x=0$, då $\sin\sphericalangle APB=40:41$. 8. Lägg ett plan genom klotets centrum, O, vinkelrätt mot konens axel och ett annat plan genom O och axeln. I det förra finner man klotets diam.$=h$ och O:s avst. till axeln$=h$. Om i det senare snittet, klotet tangerar generatrisen AB i T, gäller $AT=r-h$, $BT=R-h$ och $OT=\frac{1}{2}h$, varav man ur den rätvinkliga triangeln OAB får $\frac{1}{4}h^2=(r-h)(R-h)$, som ger sambandet $h=\frac{2}{3}(r+R(\pm)\sqrt{r^2+R^2-rR})$. Endast det mindre h-värdet duger, ty h skall understiga såväl r som R.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. De räta linjerna $2x+y-5=0$ och $2x+y-30=0$ är tangent respektive normal till parabeln $y^2=4a(x-b)$. Bestäm konstanterna a och b.
2. Genom sambanden $x=\sin^2 t$ och $2y=\sin 2t$ bestämmes y som funktion av x. Visa, att

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{1}{4y^3}$$

3. En brännpunktsradie till hyperbeln $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$ tages till diameter i en cirkel. Visa, att denna cirkel tangerar cirkeln $x^2+y^2=a^2$.
4. En cirkel med radien r har sin medelpunkt i mittpunkten på den större av de parallella sidorna i ett parallelltrapets och tangerar trapetsets övriga sidor. Bestäm i exakt form det minsta värde, som trapetsets omkrets kan anta.
5. Tangenten i en punkt P på en ellips skär de genom storaxelns ändpunkter dragna tangenterna i punkterna A och A'. Ellipsens

brännpunkter betecknas med F och F', av vilka F ligger närmast A. Visa, att de räta linjerna AF' och $A'F$ skär varandra på normalen till ellipsen i P.

6. Två ogenomskinliga klot med radierna 4 cm och 1 cm har ett medelpunktsavstånd av 10 cm. En punktformig ljuskälla befinner sig på centrallinjen. Bestäm summan av de belysta kalottytorna som funktion av ljuskällans avstånd från det större klotets medelpunkt. Undersök, hur denna funktion varierar, när ljuskällan rör sig längs den del av centrallinjen, som ligger mellan kloten, och åskådliggör detta i ett diagram.

7. Sök och konstruera orten för inflexionspunkterna till kurvan $y=a\,\mathrm{tg}\,x+\sin x$, när konstanten a genomlöper alla reella värden. — Det erfordras inte men betraktas som en förtjänst, om den givna kurvans utseende diskuteras för olika värden på a och exempel på de olika typer, som kan förekomma, uppritas i sina huvuddrag.

Resultat: **1.** $a=2$; $b=3$. **3.** Om cirkelns radie är $\frac{1}{2}r$, blir avst. mellan de båda medelp.=halva andra brännpunktsradien, dvs. $\frac{1}{2}|r\pm 2a|$. **4.** $4r\sqrt{2}$. **5.** Om P:s abskissa är x_1 och tangenten i P skär storaxelns förlängning i B, erhålles genom enkla räkningar: $PF':BF'=PA:BA=x_1:a$ samt $PF:BF=PA':BA'=x_1:a$, varav följer att $F'A$ och FA' är bisektris resp. yttre bisektris i $\triangle\triangle\, PF'B$ och PFB och alltså bisektriser i $\triangle\, PFF'$. Då normalen i P även är bisektris i denna triangel, råkas linjerna i samma punkt. — Att FA' och $F'A$ är bisektriser följer direkt av den generella satsen: Om FQ och FQ' är två fokalradier och tangenterna i Q och Q' råkas i P, är FP bisektris till $\angle\, QFQ'$. **6.** Uttryckt i cm² är summan $y=2\pi[17-1:(10-x)-64:x]$, där x är avst. i cm; y växer från $1\frac{2}{3}\pi$ för $x=4$ till max. $17{,}8\pi$ för $x=8\frac{8}{9}$ och avtar sedan till $17\frac{7}{9}$ för $x=9$. **7.** Orten är $2y=3\sin x-\sin^3 x$ med undantag av punkterna $(\frac{1}{2}\pi+n\cdot\pi;\ \pm 1)$. Den liknar kurvan $y=\sin x$ och har samma centra, symmetriaxlar, max.-, min.- och infl.punkter som denna. — För $a=0$ är den givna kurvan $y=\sin x$, för $a\neq 0$ ger $+a$ och $-a$ kurvor, som är varandras spegelbilder i linjen $x=\frac{1}{2}\pi$. Det är därför tillräckligt att studera utseendet för $a>0$. Vidare är $(n\cdot\pi;\ 0)$ centra, varför man kan inskränka undersökningen till området $0\leqq x\leqq\pi$. Då $y'=a:\cos^2 x+\cos x$ och $y''=2a\sin x:\cos^3 x-\sin x$, inses att för $a\geqq\frac{1}{2}$ endast $(n\pi;\ 0)$ är infl.punkter. För $a<\frac{1}{2}$ tillkommer en sådan i första kvadranten. Grenen i den andra kvadranten är inflexionsfri. Funktionen växer i den första kvadranten monotont från 0 till $+\infty$, i den andra från $-\infty$ till 0 för $a\geqq 1$. För $a<1$ finns ett max. ovanför x-axeln.

Uppgifter i fysik

1. En bil, som med last väger 1600 kg, går på en horisontell väg med hastigheten 18 km/tim. Genom att trycka ned gaspedalen ökar föraren så småningom vagnens hastighet till 54 km/tim. Beräkna bensinkostnaden för själva fartökningen. Till friktion och luftmotstånd behöver alltså ingen hänsyn tagas. Bensinen antages kosta 55 öre per liter och förbränningsvärmet är 7700 kcal/l. Motorn omsätter 30 % av förbränningsvärmet till nyttig mekanisk energi.
2. En flod är 2000 m bred och flyter fram i en rak fåra. Vattnet har en hastighet av 1 m/sek. Från en ort A på den ena stranden skall en båt, vars hastighet i förhållande till vattnet är 5 m/sek, avgå till en ort B på den andra stranden mitt emot en punkt C, som ligger högre upp utefter floden och 1000 m från A. Hur lång tid tar överfärden, om båten antages röra sig längs en rät linje? Enkel figur kräves.
3. Två kulor, A med vikten m kg och B med vikten $2m$ kg är fästade i var sin ända av en lätt stång AB, vars längd är $4a$ m. Stången är vridbar kring en horisontell axel, som går genom en punkt C på AB, vinkelrätt mot AB. Delen AC är $3a$ m, delen CB a m. Stången hållet först i horisontellt läge och släppes sedan fri. Beräkna den kraft, varmed stången påverkar axeln, när stången vridit sig 90°. Från friktionskrafter bortses. Enkel figur kräves.
4. Ett spegelteleskop har en konkav spegel med brännvidden 16,4 m. Hur stor diameter får spegelns bild av månen? Avståndet till månen är 386 000 km och dess diameter är 3460 km. Bildkonstruktion erfordras.
5. På prismabordet till en spektrometer uppställdes ett glasprisma. Spektrometern var försedd med skalor för avläsning av såväl kikarens som prismabordets vridning. Med hjälp av dessa kunde man uppmäta dels deviationen (d) av de parallella ljusstrålar, som kom från kollimatorn och passerade prismat, dels samma strålars infallsvinkel (α) mot den första prismaytan. Vid ett försök erhölls följande serie av värden, där α och d är angivna i grader.

α	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0
d	54,3	49,7	47,9	47,6	48,0	49,3	51,4	54,4

Upprita noggrant ett diagram över försöksserien med α som abskissa och d som ordinata och avläs ur diagrammet värdena på α och d, då deviationen har sitt minsta värde. Använd dessa värden för att beräkna glasprismats brytningsindex för det gula ljus, som användes vid försöket. Strålgången i prismat skall ritas, i övrigt kräves ingen figur över försöksanordningen.

6. För att bestämma den inre resistansen hos ett galvaniskt element gick man tillväga på följande sätt. Elementet slöts med en reostat, vars resistans var 5,0 ohm, och parallellt till detsamma kopplades en galvanometer med resistansen 10 ohm. Galvanometerns visare gjorde därvid ett utslag av 64 skaldelar. Nämnda reostat utbyttes därefter mot en reostat med resistansen 2,0 ohm. Visaren på galvanometern gjorde denna gång ett utslag av 56 skaldelar. Beräkna härav elementets inre resistans. Galvanometerns utslag är proportionellt mot strömstyrkan. Ledningstrådarnas resistans lämnas utan avseende. Man får antaga, att såväl den elektromotoriska kraften som inre resistansen hos elementet håller sig konstanta under den tid strömmen är sluten. Kopplingsschema kräves.
7. En elektrons laddning är $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ coulomb. 1 A utfäller per sek 1,118 mg silver ur en silversaltlösning. Silvers atomvikt är 107,9 och vätes 1,008. Båda dessa ämnen är envärda. Beräkna ur dessa data väteatomens massa.
8. Två motstånd med lika stora resistanser är parallellt inkopplade i en växelströmsledning. Det ena (B) är induktionsfritt, det andra (C) har induktans men saknar järnkärna. Vid ett tillfälle går genom B 0,80 A, genom C 0,50 A. Beräkna härur fasdifferensen mellan spänning och ström i C. De inkopplade mätinstrumenten har resistanser, som kan försummas.

Resultat: 1. 0,9 öre. 2. $8\frac{1}{3}$ min. 3. $3\frac{2}{11}$ *m* kp. 4. 14,7 cm. 5. $d_{min} = 47{,}5°$ för $\alpha \approx 53°$ ger $n \approx 1{,}6$. 6. 0,56 ohm. 7. $1{,}673 \cdot 10^{-24}$ g. 8. 51,3.°

Forts. från sid. 214.

Naturen, Bergen 1954: 1—9.

Ur innehållet: R. PANTALEONI, Lukt og duft; K. FÆGRI, Nye metaller og gamle; H. C. CHRISTENSEN, Ut i verdensrommet; G. MARTHINSEN, Wilhelm Ostwald (1853—1932); J. NORDØ, Solaktiviteten og dens innflytelse på atmosfæren; G. ERIKSEN, Radiostråling fra solen; R. BRAHDE, Tårnteleskopet; T. S. RINGNES, Solformørkelsen 30. juni 1954.

Science Progress, London 1954: July.

Ur innehållet: Smog; Rock magnetism—Some recent developments; The structure of flames; Rocket research in the upper atmosphere; Luminiscens to-day. Recent advances in science: Astronomy, Physics, Chemistry etc. Ett stort antal bokanmälningar.

Discovery, London 1954: May, June, July, August.

Ur innehållet: Xerography and its radiographic applications; The new Radio telescope at Jodrell Bank; The disorders of adaption; Flight 170 million years ago; A link with prehistory; The remarkable »Platinum Age» in Spain; Micro-organisms on production; G. S. Ohm (1780—1854); Calculating machines and mechanical translation; Catalysis in industry; Science and the press; Adapting electronics to peace. Ett stort antal notiser under rubriken »Progress in sciene».

Å NYA LABORATIONSHÄFTEN

FYSIK

Almkvist-Knave, Laborationer 4.

Mekanik. För klass 5^5, 4^4, 3^3, enhetsskolan samt ring L II^4 och A I^4.

Häft kr 1:50

Godkänd av Läroboksnämnden

KEMI

Almkvist-Ekman, Laborationer i kemi.

Oorganisk kemi. Klass 4^5, 3^4 och 2^3 samt enhetsskolan.
(Ersätter Inghe-Ekmans motsvarande arbete.)

Häft. kr 1:50

Godkänd av Läroboksnämnden

SVENSKA BOKFÖRLAGET

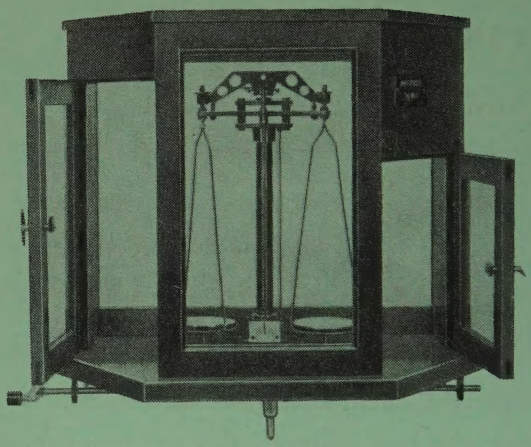
KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Hamngatan 4, Malmö

Precisionsvåg
typ MG 1



Belastning 200 g. Känslighet 1 mg.

Pris komplett med vågskåp kr. 325:—

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

LUND 1954, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI